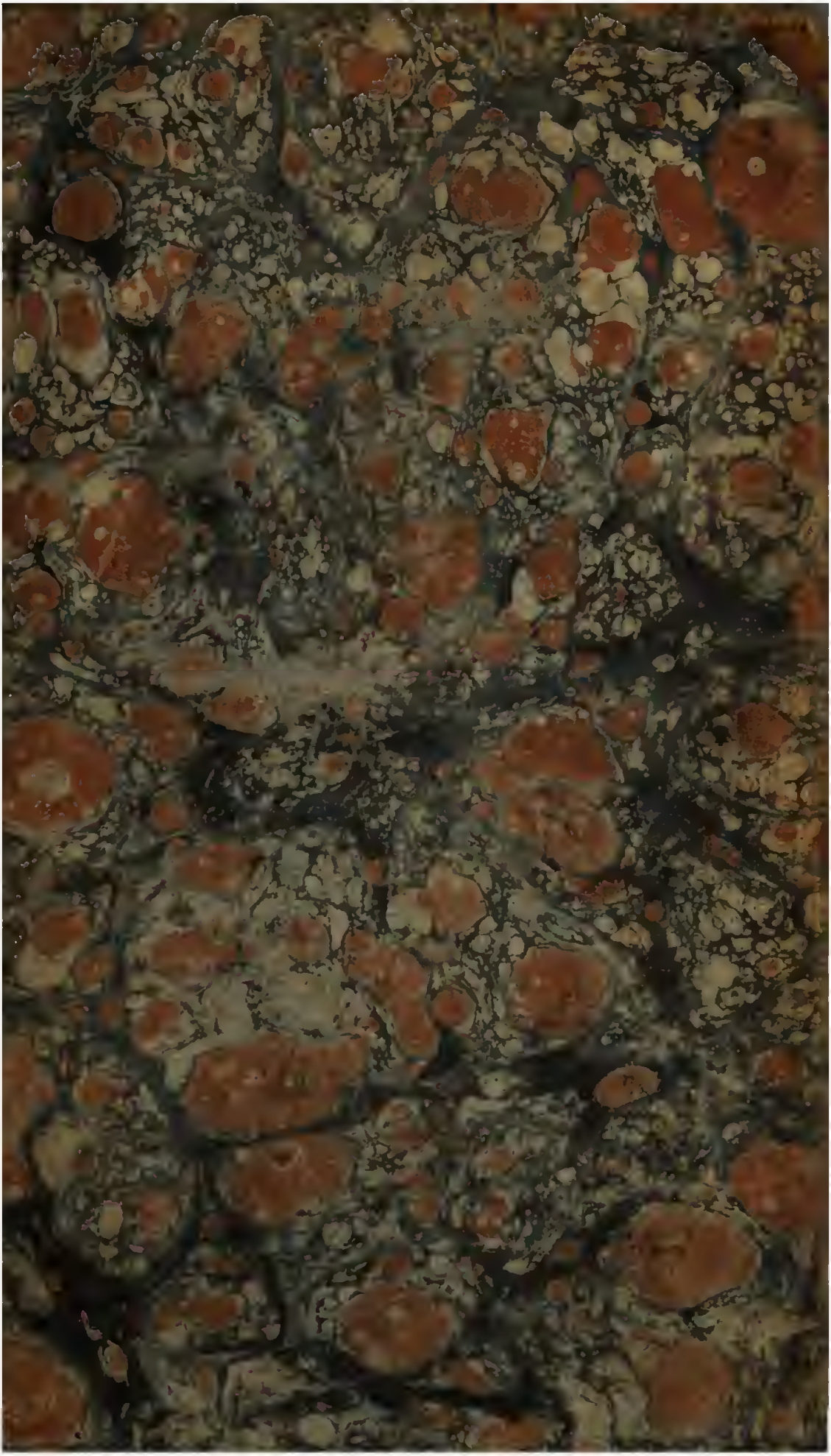
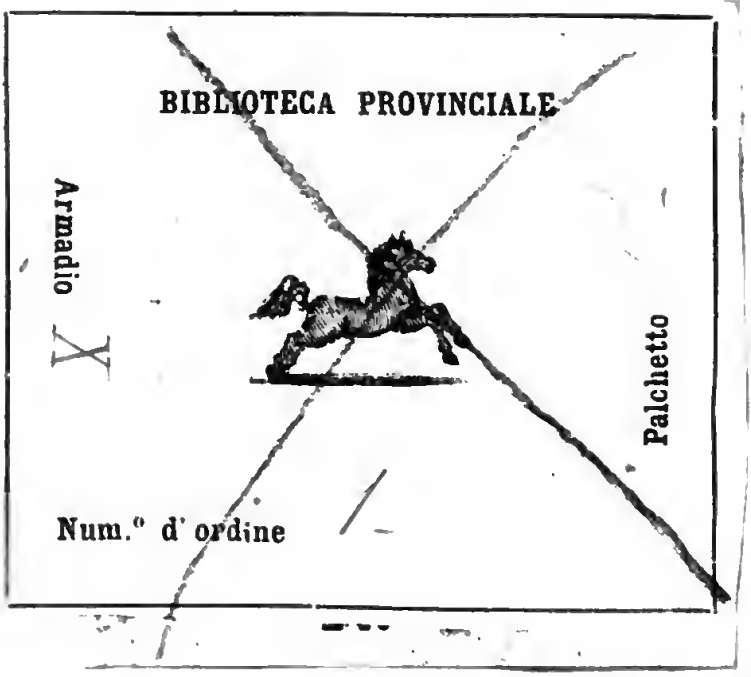


GIO PIZZOFALCONE



1146-1

NAZIONALE
B. Prov.
I
1352
VITT. EM. III
NAPOLI

B.P
I
1352-54

607-539

ELEMENTI

DI

FISICA MATEMATICA E SPERIMENTALE

PER USO DELLA REGIA UNIVERSITÀ DI NAPOLI

DEL PUBBLICO PROFESSORE DELLA STESSA

DOTTOR FISICO

D. EMMANUELE SCOTTI

PRECETTORE DELLA REALE ACCADEMIA MILITARE DE' CAVALIERI GUARDIEMARINE IN MATEMATICA SUBLIME, SOCIO DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE, E BELLE LETTERE DI NAPOLI, ED ESAMINATORE DE' LAUREANDI IN MEDICINA.

TOM. I.

R. ISTITUTO ORIENTALE NAPOLI BIBLIOTECA M. RIPA

Rivera

1804

IN NAPOLI CIↃIↃCCCIIII

NELLA STAMPERIA ORSINIANA.

Con licenza de' Superiori.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE NAPOLI

Scientia nāturalis, fere plurima circā corporā, magnitudines, atq. horum affectus, motusve, et insuper circa principia, quæ sunt substanziæ talis versari videtur.

Physicorum Aristotelis, Liber Primus de Cœlo, pag. 3.

A S. E.

IL SIGNOR MARCHESE

D. GIOVANNI VIVENZIO

PATRIZIO NOLANO

Cavaliere del Real, e Militare Ordine Costantiniano di S. Giorgio, Primo Medico di Camera delle LL. MM., Principi, e Principesse Reali, Protomedico Generale del Regno di Napoli, General Direttore, e Sopraintendente degli Spedali Militari, Medici, e Chirurgi dell' Esercito, e delle Piazze de' Regni delle Sicilie, Membro dell' Accademia Imperiale delle Scienze di Pietroburgo della fu Società Reale di Medicina di Parigi, e Patriotica di Milano, Socio, e Censore dell' Accademia Reale de' Speculatori di Lecce &c. &c. &c.

ECCELLENZA

LE vostre approfondite cognizioni nelle scienze fisiche; il zelo che dimostraste una volta nell' erigerne pubblica cattedra nello Spedale de-

gl' Incurabili, e che ne dimostrate tuttavia nell' inculcarle a tutta pruova; il mio proprio sentimento di gratitudine, che per mille riguardi vi devo, mi hanno obbligato o Signore a dedicarvi, come in attestato, quest' opera, di qualunque merito ella sia. Il vostro pregiato Gabinetto Fisico di belle e spesose macchine adorno, ammirato con ragione non solamente da nazionali, ma dagli stranieri eziandio; l'obbligo in cui avete posto i Giovani medici dello studio delle medesime; assoggettandoli a rigorosi esami, pruovano abbastanza qual trasporto avete per la scienza della Natura. Io, se mal non mi ap-

appongo, o Signore, sono entrato a parte delle vostre benefiche mire. L'opera di cui si tratta è stata scritta per i Giovani col metodo che gli s'appartiene, unito alla più possibile precisione, chiarezza, e laconismo. Se i miei sforzi sono riusciti vani, dopo una lunga sperienza d'insegnare; se i Giovani medesimi saranno ancora costretti a spaziarsi (forse infruttuosamente) negli Asiatici volumi, non mi sarà almeno disputato il bel desiderio che ho avuto di giovarli, e renderli degn' individui alla Società, e vantaggiosi alla loro professione. Gradite dunque questo dono, degno di voi se non pe'l merito, al-

men pel cordiale affetto di chi ve l'offre. Io gli auguro successo. Possa egli sormontar le alpi, valicar l'Oceano, onde poss'io aver il piacere di contestare al mondo intiero quanto io sono.

Di V. E.

Umilis., ed Obl. Serv.
EMMANUELE SCOTTI.

INTRODUZIONE.

LA Fisica è la scienza della natura delle cose visibili; tutto ciò adunque, ch' è soggetto ai sensi è oggetto di un Fisico. Gli astri nel Cielo col loro periodico giro, le loro grandezze, le loro respettive distanze; le meteore sorprendenti, che si osservano nell' atmosfera, il moto, e l' equilibrio de solidi, o de fluidi, tutto è oggetto dilettevole di un Fisico. E in verità quale dovett' essere il piacere del gran Newton, alloraquando ricevendo in una camera oscura, sopra un prisma triangolare, un raggio di luce, lo vide diviso in sette vaghissimi colori? Qual contento non ebbe a provare l' immortale Galileo, alloraquando, inventato il teloscopio, osservò l' infinita concerie delle stelle fisse, che constituiscono la via lattea? Intanto se il Fisico si arrestasse a questa sola soddisfazione, che pruova nell' animo suo nell' investigare l'

opere della Natura, poco apporterebbe di bene reale a se stesso, e al genere umano. L' investigazione de' fenomeni naturali, e le di-loro cause, trae seco la contemplazione di Dio, Sommo, Eterno Artefice dell' Universo; e quindi della dilui Sapienza, Bontà, e Onnipotenza. Difatti la distanza degli astri, e quindi la vastità del Mondo; il giro periodico de' pianeti; il ritorno sempremai constante delle stagioni; lo sviluppo di un seme picciolissimo posto nel terreno, e che s' ingrandisce a segno di divenire robusto albero sprezzator de' nembi e de venti; la generazione degli animali; la disposizione organica delle picciolissime parti di un insetto, tutto annuncia l'esistenza, e la Sapienza di un Creatore, sempre provido alla conservazione del Mondo. Il solo stolto dietro la contemplazione delle opere maravigliose di sua mano, può negarlo. *Dixit insipiens, in corde suo, non est Deus*, dice il Reale Salmista. Conosciuto Iddio, ecco che l'uomo concepisce nella sua mente rispetto, e timore verso quest'Ente increato, e si richiama ne' suoi doveri.

Le Fisiche cognizioni hanno apportato gran-

dis-

dissimo vantaggio all' Agricoltura ; all' Architettura , al Commercio , alla Nautica ; dacchè le tante machin semplici , e composte , che i fisici hanno inventate , hanno facilitate talmente le di loro operazioni a segnoche picciola potenza , vale al presente ad effettuare, quelle istesse che i popoli ignoranti con sudore , e moltitudine a stento eseguivano . La medicina , e la Chirurgia ha acquistato altro lustro , e perfezione dacchè esse sono dirette da fisiche teorie . La macchina umana istessa agisce per le leggi fisiche ; e quasi tutti gli esseri creati aggiscono , ed hanno rapporto con l' economia animale , cioè l' aria il calorico , la Luce , l' elettricismo , il galvanismo (se pure è vero essere questo da quello differente), gli animali , i vegetabili , i minerali e. c. Lungo sarebbe se si volesse fare la storia de' vantaggi , che alle scienze , e alle arti ha recato la Fisica .

Sogliono i Fisici distinguere la Fisica in due parti , l' una che appellano *Generale* , e l' altra *Particolare* . La prima riguarda la natura di tutt' i corpi , le proprietà essenziali de' medesimi , il moto , e tutto ciò che ad

es-

essi generalmente appartiene; la particolare poi riguarda ciaschedun corpo in particolare. A me però è piaciuto meglio, di chiamare la prima *Fisica Matematica*, e la seconda sperimentale; poicchè la prima è spiegata con matematiche dimostrazioni, e la seconda è un risultato di esperienze. Non è da negarsi però che queste due parti della Fisica abbiano un rapporto, ed inseparabile connessione fra di loro; la sola divertità del metodo è quella, che forma la differenza della nomenclatura.

Alcuni Fisici si sono occupati a scrivere la prima parte con dimostrazioni intelligili solamente da coloro che sono ben istituiti nelle cognizioni matematiche, e malagevoli per quei giovani, che vi entrano novizj e poco stabiliti nelle suddette cognizioni. Altri all' incontro si sono occupati nella sola sperimentale. A me è sembrato di unire l' una, e l' altra, come lo sono per la propria natura inseparabili, trattando ciascheduna con metodo quanto proprio altrettanto chiaro, e intelligibile. Beninteso, che il mio scopo è stato di scrivere un instituzione per giovani, per-

per lo che; nella prima parte, nell' atto che ho serbato un ordine matematico, e dimostsando le verità con rigore geometrico, mi sono intanto astenuto delle complicate dimostrazioni, le quali supponevano altra maturità; che generalmente in un giovane principalmente in rapporto alla verità sintetiche, ed analitiche non trovasi; non obbliando giammai nel medesimo tempo la chiarezza la più possibile. Per la seconda, in succinto ho scelto dell' esperienze le più luminose, e le più recenti, particolarmente intorno ai gas; all' elettricismo, galvanismo e. c. In questa parte però ho sfuggito le vane teorie; e le semplici conghietture, ed in vece ho sostituite quelle, che dipendono da fatti sempre constanti, e chiari. Difatti, a che servono quelle conghietture, semplicemente ipotetiche, se non ad imbarazzare la mente de giovani, ed involgerli in un laberinto intricatissimo che sovente l' atterriscono nel glorioso sentiero del sapere? Allorche i fatti niente ci dimostrano, mi son contentato semplicemente enunciarli, applicandoli, in quel ch' è stato possibile, all' economia animale, e al-

e alle arti ; sola ed unica utilità. Io mi sono lusingato ; che in siffatta guisa avrei potuto presentare a' Giovani studiosi una comoda è chiara istituzione di Fisica ; da poterla compiere comodamente in un solo anno ; rimandando quindi coloro che vi si volessero approfondire presso di quegli autori, i quali avendo maneggiata in una maniera più ampia questa materia, potranno fornirli di quelle cognizioni, che non ci è stato permesso inserire per la brevità e per l' assunto che ci avevamo ideato. Iddio mi ricompenserà abbastanza, se questo mio lavoro riuscirà utile, e vantaggioso ai Giovani, i quali vengono ad apprendere questa utile, ed amena scienza.

IN-

INDICE

DE' CAPITOLI

Che si contengono in questo primo Tomo:

LIBRO I.

Cap. I. *Della proprietà de' corpi in generale* Pag. 1
Cap. II. *Della divisibilità della materia* 8
Cap. III. *Della porosità de' Corpi:* 13
Cap. IV. *Dello spazio voto:* 19

LIBRO II.

Cap. I. *Della dottrina del moto:* 22
Cap. II. *Della valutazione delle forze.* 31
Cap. III. *Della quantità di moto* 37
Cap. IV. *Del moto assoluto, e relativo* 46
Cap. V. *Del moto equabile composto* 48
Cap. VI. *Della risoluzione del moto* 59

Cap. VII. *Del moto composto variabile* 60
Cap. VIII. *Delle forze centrale* 64

LIBRO III.

Cap. IX. *Breve saggio di Astronomia, e primieramente intorno alla sfera* 77
Cap. X. *Delle diverse posizioni della sfera Celeste:* 92
Cap. XI. *Facile metodo per concepire facilmente tutt' i circoli Celesti, non avendo presente la sfera Armillare* 97
Cap. XII. *Metodi per determinare i gradi di Latitudine, e Longitudine* 101
Cap. XIII. *Degl' instrumenti, de' quali si fa uso nelle cose esposte ne' Capitoli precedenti* 108
Cap. XIV. *Problema. Metodo per determinare la meridiana* 118
Cap. XV. *Prenozioni per alcune Teorie, che sieguono* 122
Cap. XVI. *Dell' Angolo della Parallasse* 126
Cap. XVII. *Delle tre Ipotesi del Mondo. Prima Ipotesi di Tolomeo* 138

Cap. XVIII. *Delle orbite; delle grandezze, e delle distanze di ciaschedun Pianeta* 150
Cap. XIX. *Dell' Ecclissi* 177
Cap. XX. *Ragioni che adducono i Copernicani a favore della loro Ipotesi* 190
Cap. XXI. *Del Flusso, e Riflusso del Mare* 197

LIBRO IV.

Cap. XXII. *Della gravità particolare della nostra Terra.* 208
Cap. XXIII. *Del moto de' corpi per piani inclinati* 227
Cap. XXIV. *Delle oscillazioni de' pendoli* 237
Cap. XXV. *De' Pendoli composti* 253

Errori	Pag.	Vers,	*Correzione*
Si ottíene come con	18	15	Si ottiene con
le	19	1	la
Parellattrico	21	10	Parallattico
Mate	22	2	Mato
Corso	*Ib.*	9	Corpo
L'isterso dicasi	26	8	L' istesso dicasi
Quatto eecperchè	*Ib.*	9	Quarto; ecco perchè
Piociola	32	21	Picciola
Cersando	39	*nota* 12	Cassando
Pur	44	3	Per
Molti	95	23	Molto
Girono	102	24	Girano
Muitiplichino	106	1	Moltiplichiño
Se con-di ora	*Ib.*	10 e 11	Second-di ora
Abbia	115	19	Abbiamo
Esn	131	1	Sen
Quando	134	1	Quanto
Guadrante	135	21	Quadrante
Tungente	*Ib.*	*Ib.*	Tangente
TT	164	13	tt
Quanto	170	7	Quando
1818X1	173	24	1818+1
Sibbene	181	7	Sebbene
Chimato	183	15	Chiamato
Se egli	217	5	Se gli
Stante	219	5	Istante
El	226	15	Dal
Chr	236	22	Che
Altzzea	236	5	Altezza

Ec-

Eccellentissimo Signore

VIncenzo Orsino pubblico stampatore di questa fedelissima Città, supplicando umilmente espone all' Em. V. come desidera dare alle stampe un' Opera, il cui titolo è: *Elementi di fisica, Matematica, ed Esperimentale del Regio Professore D. Emmanuele Scotti*; Pertanto ne supplica l' Em. V. commetterne la revisione, e l' avrà *quam Deus etc.*

Adm. Rev. Dom. P. M. Aloysius Cassitti S. Th. Prof. perlegat autographum operis superius enunciati, et scripto referat. Die 22. m. Sept. 1084.

F. Rossi Can. Dep.

Eminenza Reverendiss.

Ho letto attentamente gli *Elementi di Fisica* distesi dal R. Prof. D. Emmanuele Scotti, e sono a riferire a V. E. Reverendiss., che mi diè l' onorato incarico di rivederli, lo che io ne senta. La chiarezza adunque, che forma il più bello, e necessario ornamento delle Istituzioni, è quella che accoppiata colla più giudiziosa scelta de' recenti sperimenti Fisici, e col metodo adattato assai a farne ricavar profitto alla studiosa gioventù, rende veramente utilissimi gl' Elementi, de' quali va il Pubblico donato dal dotto, e rinomato Signor Scotti. In essi poi non

non essendovi cosa, che leda o 'l buon costume, o la Religione, essendo anzi ben pesata e giudiziosamente esposta in tal materia ogni proposizione, giudico, che possa l'E. V. Reverentiss. permetterne l'Edizione, e baciandole la S. Porpora riverentemente le sottometto me, e 'l mio sentimento.

Di V. E. Reverendiss:

S. Domenico Maggiore 1. Ottobre 1804.

Visa relatione Domini Revisoris; imprimatur.
Datum die 20 *Octobris* 1804.

DOMINICUS PESCE V. G.

JOSEPH ROSSI CAN. DEP.

Div. Obl. Ser. Ver. Umiliss.
M. Luigi Vincenzo Cassitto R. P.

S. R. M.

SIGNORE

VIncenzo Orsino pubblico stampatore di questra Vostra fedelissima Città supplicando espone alla M. V. come desidera dare alle stampe un' Opera il cui titolo è: *Elementi di Fisica, Matematica, ed Esperimentale di D. Emmanuele Scotti*; Pertanto ne supplica la M. V. commetterne la revisione e l' avrà *quam Deus etc.*

Revi

Rev. Dom. D. Antonius Febraro perlegat, & in scriptis referat. Neapoli die 15. Mensis Maii 1804.

F. A. C. M.

PEr ubbidire prontamente a' sacri comandi della M. V., ho ~~con~~ ogni diligenza letto gl' *elementi di Fisica matematicha, ed esperimentale*, che pe' torchi da stampe vuol dare alla luce il degnissimo pubblico Professore D. Emmanuele Scotti. Nell'indicata lettura non mi si è fatta innanzi proposizione, o voce alcuna, che s'opponesse alla Cattolica Religion Cristiana, alla bontà de' costumi, agl' inalterabili dritti del Regio Trono, e ragioni dello stato. Dippiù ho notato il metodo, precisione, e chiarezza usata dall' Autore nelle dimostrazioni della parte matematica; e somma cura nella scelta degl' opportuni sperimenti nella parte sperimentale della Fisica; donde agevolmente, e con profitto può la studiosa gioventù attingere le ne-

ces-

cessarie fisiche cognizioni. Son di parere perciò, (purchè così voglia la M. V.) che non si ritardi l'uso delle stampe per la sollecita pubblicazione de' succennati elementi. E prostrato a piedi del Regio Soglio mi confesso costantemente:

Della M. V.

Umiliss. Devotiss., e Sinceriss. Suddito
Antonio Febraro

Visis approbatione Regii Revisoris D. Antonii Febraro, relatione Reverendi Regii Cappellani Majoris, Consultatione Realis Cameræ S. Claræ, ac Regali Rescripto de die 26. Septembris currentis anni.

Die 2. *Mensis Octobris* 1804. *Neap.*

Regalis Cameræ S. Claræ, providet, decernit, atque mandat quod imprimatur cum inserta forma præsentis suppliciis libelli, ac approbationis dicti Regii Revisoris; Verum non publicetur nisi per ipsum Revisorem facta iterum Revisione affirmetur quod concordat servata forma Regalium Ordinum; ac etiam in publicatione servetur Regia Pragmatica. Hoc suum etc.

CIANCIULLI FRAMMARINO
V. A. R. C.

Ammora

Illustris Marchio de Jorio P. S. C., et cæteri Spectabiles Aularum Præfecti, tempore subscriptionis impediti.

Izzo Cancelliere.

Reg. fol. 51 *a t.*

Reg. fol. 14.

Lama.

LIBRO I.

CAP. I.

Delle proprietà de' corpi in generale.

DEFINIZIONI.

DEF. I.

§. 1. *Estensione* si chiama quella proprietà di un corpo, per la quale esso ha la triplice dimensione di lunghezza, larghezza, e profondità.

DEF. II.

§. 2. L'*Impenetrabilità*, e la Solidità è quella proprietà di un corpo, per la quale esso resiste ad un altro, che facesse degli sforzi per occupare il suo luogo; onde avviene, che lo spazio da un corpo occupato, non possa da un'altro occuparsi; e perciò l'impenetrabilità è l'impossibilità di essere penetrato un corpo d'altri corpi.

DEF. III.

§. 3. L'*Inerzia* è quella proprietà di un

corpo, per la quale esso resiste ad un altro; che tentasse obbligarlo a cambiare lo stato di quiete, o di moto.

DEF. IV.

§. 4. L'*Attrazione* è quella proprietà di un corpo, per la quale esso trae a se un' altro, senza cagione impellente manifesta.

DEF. V.

§. 5. La *Repulsione* è una proprietà di un corpo tutta contraria all'attrazione.

DEF. VI.

§. 6. La *Gravità* universale è un' attrazione, per la quale i corpi grandissimi, come il Sole, i pianeti etc. scambievolmente s' attraggono.

DEF. VII.

§. 7. La *Gravità* particolare è una proprietà della nostra Terra, per la quale trae a se tutt' i corpi terrestri sino alla luna.

AVVERTIMENTO I.

§. 8. Egli è ovvio ad osservarsi, che tutt' i corpi della natura sono dotati di triplice dimensione, lunghezza, larghezza, e profondità, in guisa che non evvi corpo, in cui non si trovi la lunghezza, la larghezza, e la profondità insieme unite.

Avvertimento II.

§. 9. I Geometri considerano l'esterna parte de' corpi, ossia la sola estensione: e sovente mercè dell'astrazione considerano la sola longitudine senza latitudine, e profondità, come nella linea: o la longitudine, e la latitudine congiunte insieme senza la profondità, come nella superficie. I Fisici poi considerano l'estensione occupata dalla materia solida colla suddetta triplice dimensione della lunghezza, larghezza, e profondità insieme unite.

Avvertimento III.

§. 10. Egli è cosa evidente che un corpo offre resistenza ad un'altro, che tenta rimuoverlo dal suo luogo, per situarsi nello spazio da esso lui occupato. Nè s'oppone ciocchè si osserva frequentemente, che un corpo solido entra con facilità in un corpo liquido, o meno compatto mercè della pressione, o dell'affinità, o della forza esterna, come p. e. un ferro nella cera quasi liquida, il sale nell'acqua, un chiodo nel muro. Questa non è compenetrabilità, conciosiachè il ferro, ed il chiodo per entrare nella cera, e nel muro bisogna, ch' escludano tanto di ma-

teria, quanto è il volume della parte medesima, ch' entra.

COROLLARIO I.

§. 11. Posta l' impenetrabilità ne' corpi, ne segue necessariamente l' inerzia de' medesimi; conciosiachè se si compenetrassero, un corpo non potrebbe resistere all' azione di un altro, colla quale cerca di rimuoverlo dal suo stato di quiete, o di moto.

COROLLARIO II.

§. 12. Quindi ne segue, che siccome l' inertia compete a tutt' i corpi, potrassi chiamare una proprietà essenziale della materia, o de' suoi elementi; e che in conseguenza, come è maggiore il numero degli elementi, cioè a dire, come cresce la materia in un corpo; così cresce nello stesso la forza dell' inerzia. In altri termini: la forza dell' inerzia è proporzionale alla quantità della materia.

AVVERTIMENTO I.

§. 13. Comunemente si dice nelle Scuole, che un corpo il quale si muove, sempre si muove, e un corpo il quale è in quiete persevera nella quiete. *Corpus quod movetur, semper movetur; et corpus quod quiescit, semper quiescit*. Ciò non è che troppo vero; imper-

perciocchè essendo ogni corpo inerte, non può esso, per sè solo, e senza cagione estrinseca passare dallo stato di moto a quello di quiete; nè da questo a quello. E da qui derivano i tanti fenomeni, che altrove avremo occasione di attentamente considerare.

AVVERTIMENTO II.

§. 14. Tutti gli elementi de' corpi, tanto similari, che dissimilari si attraggono vicendevolmente tra di loro; ondè poi formano un tutto similare, o dissimilare. Così p. e. le picciole molecole dell' oro, dell' argento, del legno, si uniscono così intimamente, che a stento, e con difficoltà si possono divellere. Egualmente la calamita attrae il ferro; le gocce di mercurio scambievolmente si attraggono.

AVVERTIMENTO III.

§. 15. Distinguono i Fisici varie specie di attrazione, *come attrazione di coerenza*, *attrazione d' affinità* (ch' è propria de' Chimici) *attrazione di gravità*, *attrazione magnetica*, *attrazione elettrica*. Chiamano *attrazione di coerenza* quella forza, onde le particelle di un corpo si uniscono tra di loro in siffatta guisa, che non così facilmente si separano, sen-

za impiegar una certa forza: misurandosi sempre la forza di coerenza, da quella che fa d'uopo impiegare per la separazione suddetta. *L'attrazione d'affinità*, è quella per cui due corpi si attraggono per costituire un terzo: tal sarebbe quando si mettesse la terra calcare nell'acido Solforico; essa dopo una valida effervescenza, verrebbe a formare un terzo corpo nella classe de'sali neutri, additato col nome di *Solfato calcareo*. La diversità poi de'gradi d'*affinità* fra i diversi corpi, cagiona, che un corpo composto, venga decomposto da un terzo, il quale abbia *affinità* maggiore con uno de'principj componenti il primo: così l'istesso Solfato calcareo è decomposto dalla potassa, perchè l'*affinità* di questa coll'acido solforico, è maggiore dell'*affinità* della terra calcarea coll'istesso acido. Ed è per questa legge appunto, che si compongono, e decompongono varj corpi nel triplice regno della natura. L'*attrazione di gravità* è quella, onde tutt'i corpi sono tirati al centro della terra.

L'*attrazione magnetica* è quella per la quale la calamita trae a se il ferro.

L'*attrazione elettrica* è quella per la quale un

un corpo elettrizzato per eccesso, attrae un altro elettrizzato per difetto.

COROLLARIO I.

§. 16. Essendo le attrazioni nella natura varie, e moltiplici, non senza ragionato fondamento il gran Newton stimò l'attrazione proprietà essenziale della materia.

COROLLARIO II.

§. 17. Quindi l'estensióne, l'impenetrabilità, l'inerzia, e la gravità, sono proprietà essenziali della materia universale; oppure, che val lo stesso, sono proprietà inerenti all'essenza della materia, perchè competono a tutt'i corpi.

AVVERTIMENTO.

§. 18. La mobilità, e la figurabilità, sono ancora proprietà essenziali della materia, sulla considerazione, che ogni corpo se non è in moto, è di esso suscettibile in istato, cioè di potersi muovere. Così ogni corpo è dotato di qualche figura.

CAP. II.

Della divisibilità della materia
Lemma.

Fig. I. §. 19. QUalunque corpo si può da noi concepire divisibile, ancorchè l'estensione di esso sia infinitesima. In effetti, sia p. e. A B una linea retta, di picciolissima lunghezza, essa si potrà dividere in due parti eguali nel punto C; e la mettà C B, ancora in due parti eguali nel punto D; e la mettà D B, ancora in due parti eguali nel punto L: di modo che anche quando rimanesse una parte infinitesima, si può sempre da noi concepir divisibile.

PROP. I.

Ogni Corpo è divisibile all' infinito.

Fig. II. §. 20. SIa P Q un corpo di qualunque picciolissima grandezza, per i punti P e Q si tiri la linea D L, parallela a M N; dal punto A ai diversi punti della linea M Q, come

me r r r et cet. si tirino le linee Ar , Ar, Ar etc. Or siccome la linea M Q si può all'infinito protrarre dalla parte di M, così infiniti distinti punti prender si possono nell'istessa Q M, ed in conseguenza infinite rette si possono tirare dal punto A agl'istessi punti r r r etc. E perchè le rette Ar , Ar, Ar etc. non convengono, che nel punto A, perciò fuori del punto A , intercederanno sempre degli spazietti fralle stesse rette, come r, 2; 2, 3; 3, 4; 4, 5. : e quindi tante saranno le parti in P Q, quante sono le rette, che tirar si possono da A , ai diversi punti r, r, r etc. Ma queste sono infinite; dunque in infinite parti si può dividere la picciola lunghezza del corpo P Q. Ciocchè si dovea dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

Quel che si è detto della linea P Q , si può agevolmente applicare a una superficie ; e con più valida ragione a un solido dotato della triplice dimensione, lunghezza, larghezza, e profondità. E di quì nasce, che ogni estensione è divisibile all'infinito.

Se alcuno oserebbe negare questa proprietà dell'estensione, sarebbe nell'obbligo di sostenere

nere , che alla fine si verrebbe a particelle così picciole , che non sarebbero più suscettibili di ulteriore divisione . Intanto tutte queste particelle prese insieme devono riprodurre il tutto , per la di cui divisione vi si è pervenuto ; e poichè la quantità di ciascheduna particella sarebbe zero , più zeri presi insieme produrrebbero una quantità , ciocchè è apertamente assurdo .

AVVERTIMENTO II.

§. 21. Sono molte le dimostrazioni geometriche con le quali i Fisici possono dimostrare la divisibilità infinita della materia , che per brevità tralasciamo . Non però dobbiamo omettere le dimostrazioni fisiche . E primieramente è noto a tutti , come gli artefici sogliono distendere l' oro in fogli i più tenui , e sottili ; in guisa che un grano dello stesso, può occupare l' estensione di 50. pollici quadrati . Si sa che la lunghezza lineare di un pollice coll' ajuto del coltello spirale del Signor Coming , si divide in 2000 parti ; quindi è che uno spazio di un pollice quadrato , si può dividere in 2000 X 2000 , cioè in parti 4000000 ; quindi lo spazio di 50. pollici quadrati si può dividere in parti 4000000 X

50

50 cioè in parti 200000000. Ed ecco come una picciola quantità di un granello d'oro si può dividere in parti 200000000.

Il Boyle, siccome riferisce il dotto, ed erudito Signor Poli, avendo posto in un globo guernito di picciolo orificio, un' oncia d' acqua, vide uscir dallo stesso una piramide inversa di 32. pollici cubici, per lo spazio di 20. minuti primi. E' noto, che il vapore con una celerità indicibile si dissipa. Dunque per durare lo spazio di 20. minuti primi, bisognava, che riempisse tante volte il vapore dello spazio, per quanti minuti secondi vi sono in 20. minuti primi. Ma si sa che 60. minuti secondi formano un minuto primo; dunque $20 \times 60 = 1200$, saranno i minuti secondi, di cui costano i minuti primi. E perciò moltiplicando 1200. per 32. pollici cubici, cioè $1200 \times 32 = 38400$, indicherà questo numero tutt' i pollici cubici, ne' quali si è risoluta l' acqua. Or per avere la misura di un cubo, bisogna moltiplicare due volte il lato per se stesso, come si sa dalla Geometria: da un' altra parte la lunghezza di un pollice si può dividere in 2000. parti; dunque $2000 \times 2000 \times 2000 = 8000000000$. saranno queste le parti

ti, nelle quali si può dividere un pollice cubico. Perciò 8000000000×38400 numero de' pollici cubici=307200000000000, sono le parti nelle quali si potranno dividere i detti pollici cubici; e quindi un' oncia appena d'acqua si potrà dividere in altrettante parti.

AVVERTIMENTO II.

§. 22. Per questa somma divisibilità della materia non recherà maraviglia l'osservare corpi infinitamente piccioli, e d' infinitesima estensione dotati, come il Lewenoek l'ha osservati. Quindi i Fisici considerano i corpi divisibili in parti infinitesime, che chiamano primi elementi de' corpi, le quali per forza di coesione costituiscono diversi corpi; dal che potrassi inferire, che la prima sostanza de' corpi è unica, e sola; imperciocchè tutt' i corpi sono dotati di estensione, solidità, attrazione, moto, figurabilità.

CAP.

CAP. III.

Della porosità de' Corpi.

DEFINIZIONE.

§. 23. SI chiamano pori de' corpi que' piccioli voti che sono nella superficie, e nella sostanza de' medesimi; privi di quella sostanza, di cui son composti l' istessi corpi.

AVVERTIMENTO.

§. 24. Egli è certo che tutt'i corpi non hanno l'istesso numero di pori, da che vi sono di quelli, ne' quali se ne ravvisano moltissimi, come nel sovero, nella spugna, nella pomice etc.; e ve ne sono di altri tutt' al contrario, come l' argento, l'oro, ed altri metalli. Ve ne sono di vantaggio alcuni altri, in cui sembra, che non vi sieno pori; eppur tuttavia ve ne sono. Così nel legno par che non vi sieno pori, ma ove si divida in lamine sottilissime, in queste manifestamente si osservano; a modo che i raggi della luce l' attraversano liberamente.

la quantità di materia contenuta in essi, sia nella ragion diretta della di loro densità. Di fatti sieno i due corpi A, e B si chiami D la densità del corpo A, e la quantità di materia Q; del corpo B poi, si chiami d la di lui densità, e q la quantità di materia. Sarà, per ciò che abbiam detto Q: q = D: d.

Corollario IV.

§. 29. Or se le di loro densità sono eguali, saranno le quantità di materia nella ragion diretta dei volumi: ciocch'è per se stesso chiaro. Quindi se si chiami V il volume del corpo A, ed v il volume del corpo B, sarà Q: q = V: v.

Teorema II.

§. 30. Le quantità di materia di due corpi, sono in ragion composta de' volumi, e delle densità.

Sieno due corpi A; e B; si chiami D la densità del primo, e d la densità del secondo: si chiami poi V il volume del primo, ed v il volume del secondo. Sia di vantaggio un terzo corpo C, che abbia l'istessa densità del primo corpo A, cioè D, ed abbia l'istesso volume del secondo B, cioè v. Sarà (Coroll. prec.) A: C = V: v. Imper-

cioc-

ciocchè i corpi A, e C hanno l'istessa densità, perciò sarà la quantità di materia de' medesimi in ragione de' volumi; così ancora perchè il corpo C, e B hanno l'istesso volume, sarà la quantità della materia de' medesimi in ragione delle densità (Coroll. III del teor. primo). Vale a dire sarà C: B D: d. Ma siccome, moltiplicati tra di loro i termini delle due proporzioni, i prodotti saranno ancora in proporzione, dunque sarà A C : C B = V D : v d. Or egli è chiaro, che dividendosi la prima ragione per l'istessa quantità C, non cambia valore; dunque fatta cotesta divisione, resterà A : B = V D : v d: e sostituendo ad A, e B, Q, e q, sarà Q: q = V D : v d, cioè la quantità di materia de' due corpi A, e B, in ragion composta della diretta delle densità, e de' volumi; ciocchè si dovea dimostrare.

AVVERTIMENTO.

§. 31. Ciò vale l'istesso dire, che in un corpo tant'è maggiore la sua quantità di materia, quanto più in esso v'è di densità, e di volume.

COROLLARIO I.

Nella proporzione testè stabilita di Q : q = V

$=V\,D : v\,d$, il prodotto degli estremi, è eguale al prodotto di quelli di mezzo (prop. 16. l. VI. di Euclide), dunque sarà $Q\,v\,d = q\,V\,D$. E sciolta in proporzione quest' equazione (imperciocchè per l' istessa prop. 16. l. VI. di Euclide si ha, che se il prodotto degli estremi è eguale a quello dei medj, i termini saranno in proporzione) sarà dunque $V : v = Q\,d : q\,D$; cioè, i volumi sono in ragion composta della diretta delle quantità di materia, e dell' inversa delle densità : per cui di un corpo tantoppiù è maggiore il suo volume, quanto è maggiore la sua quantità di materia, ed è minore la sua densità.

COROLLARIO II.

§. 32. Per la stessa ragione sciolta in proporzione l' equazione $Q\,v\,d = q\,V\,D$, sarà $D : d = Q\,v : q\,V$. Vale a dire le densità sono in ragion composta della diretta delle quantità di materia, e dell' inversa de' volumi ; in guisa che la densità di un corpo è tanto maggiore, quanto è maggiore la sua quantità di materia, ed è minore il volume. Difatti noi concepiamo l' idea della gran densità dell' oro, e del platino, perchè sotto picciolo volume contengono gran quantità di materia.

Corollario III.

§. 33. Essendo Q : q = V D : vd, se si concepisca Q = q, sarà ancora V D = v d; e sciolta la seconda equazione in proporzione sarà V : v = d : D. Cioè, che se le densità, e i volumi di due corpi sieno ineguali, e le quantità di materia eguali, saranno le densità in ragion inversa de' volumi: onde dato p. e. una libra d'oro, ed un'altra di sovero, questo ha maggior volume; perchè la sua densità è molto minore della densità di quello. E così al contrario.

Teorema III.

§. 34. *La quantità della materia di qualunque corpo si ottiene come con moltiplicare il volume per la sua densità.*

Imperciocchè quanto più cresce il volume in un corpo, tanto maggiormente cresce la quantità della materia: non altrimenti, restando l'istesso volume, e crescendo la sua densità, cresce ancora la sua quantità di materia. Laonde crescendo il volume, e la sua densità, crescerà tanto più la quantità della materia; per cui sarà Q = D V, e divisa quest'equazione per D, sarà $\frac{Q}{D} = \frac{D\,V}{D}$, cioè,

cioè, cassando le quantità D, comune al numeratore, e al denominatore del secondo fratto, sarà $\frac{Q}{D} = V$; vale a dire che il volume di un corpo si ottiene col dividere la quantità della materia per la densità. Similmente dividendo la quantità della materia per il volume si avrà la densità.

CAP. IV.

Dello spazio voto.

DEFINIZIONE.

§. 35. PEr *spazio voto* s' intende quello spazio, ch' è in tutt' i corpi, o nell' estensione di questo Universo, che non è occupato da materia alcuna.

TEOREMA I.

Evvi in natura spazio voto.

DIMOSTRAZIONE.

§. 56. Quasi tutt' i corpi di quest' Universo hanno diversa quantità di materia sotto l'istes-

so volume, o diversa densità. Or se non esistesse lo spazio voto tutt' i corpi avrebbero l'istessa densità, ciocch' è falso, dunque evvi in natura lo spazio voto. Ciocchè si dovea dimostrare.

AVVERTIMENTO.

§. 37. Egli è cosa impossibile il concepire moto, senza spazio voto nell'Universo. Io sono solito nelle mie lezioni portare questo paragone, il quale è altrettanto facile, quanto soddisfacente al nostro proposito. Immaginiamo che in una cassa siano messi tanti cubi solidi, disposti gli uni sopra gli altri, in modo che non vi resti voto alcuno. Fingiamo di vantaggio che uno tra questi sia ligato ad una fune, la quale, bucando alcuni altri cubi soprapposti, sorta finalmente fuori della cassa; ben inteso che non vi resti voto alcuno. Ciò fatto si chiuda la cassa. Egli non sarà mai possibile di rimuovere di un capello il detto cubo ligato; poicchè se ciò accadesse, si dovrebbe mettere in soqquadro tutti i restanti cubi, ciocchè vien impedito dalla resistenza de' lati della cassa chiusa. Portiamo quest'esempio dal picciolo, al grande, e sarà cosa piucchè agevole persuaderci, che

che non può succedere moto senza spazio voto.

Musschenbroek adduce ancora un bellissimo esempio a questo medesimo proposito. Se non vi fusse, dic' egli, voto nell' Universo, un uomo non potrebbe portare avanti un dito di un capello, senza vincere la resistenza della materia infrapposta tra il dito, e l' ultima estremità del mondo. Altronde si sa, che le stelle fisse sono ad una sterminata distanza, per essere l' angolo Parellattrico di esse non più di un minuto secondo; a modo che una palla di cannone spiccata dalla stella Sirio giungnerebbe a noi dopo 1041*66666636* anni: aggiungendosi; che vi sono altre stelle fisse molto più discoste dalla stella Sirio, come sono le stelle della via lattea. Può dunque essere possibile, che l' uomo portando avanti un dito, secondo la direzione di Sirio, possa egli vincere la resistenza della materia sino all' estremità del mondo, per quanto si voglia sottile che la stessa si finga? Al contrario ammettendosi il voto, non è necessaria questa forza, giacchè allora l' aria cede per gli spazj voti, esistenti in essa.

LIBRO I.

Della dottrina del moto.

CAP. I.

DEFINIZIONE I.

§. 38. IL *luogo* è una parte estesa, ed immobile di quest' Universo.

DEF. II.

§. 39. Lo *spazio* non è, che la linea retta, o curva, che il corso, mediante il suo moto, descrive in un dato tempo.

DEF. III.

§. 40. Il *tempo* è la misura dell' esistenza del moto, ossia di quanto il moto dura.

DEF. IIII.

§. 41. La *velocità* è la relazione dello spazio, e del tempo del corpo in moto.

AVVERTIMENTO

§. 42. Non mai si potrà avere l' idea della velocità, senzacchè si rapporti lo spazio al tempo. Difatti, sapendo solamente, che un cavallo ha camminato per un' ora, senza che

che ci venga additato lo spazio ch' egli in questo tempo ha precorso, con ciò non possiamo concepire l' idea della sua velocità. Similmente sapendo che il medesimo cavallo ha camminato quattro miglia, senza che si sia detto il tempo, non possiamo neppure concepire l' idea della sua velocità. Ma sapendo al contrario che il cavallo in un' ora ha caminato sei miglia, possiamo in tal caso asserire, che esso abbia avuto gran velocità.

DEF. V.

§. 43. Il *moto* è il passaggio consecutivo di un corpo da un luogo ad un' altro.

DEF. VI.

§. 44. *Moto rettilinio*, si dice, quando un corpo muovendosi, descrive una linea retta.

DEF. VII.

§. 45. *Moto curvilineo*, si dice quando un corpo muovendosi, descrive una linea curva, di qualunque specie, come *circulare*, *parabolica*, *iperbolica*, *ellittica*, *cicloidale ecc.*

DEF. VIII.

§. 46. *Moto equabile* si dice, quando un corpo percorre spazj eguali, in tempi eguali: come p. e. qualora un corpo descrive nel primo minuto secondo, un palmo, nel secon-

do, ancora un palmo, e così andando avanti nel terzo, nel quarto ecc.

DEF. IX.

§. 47. *Moto variabile* si dice, quando un corpo in tempi eguali, percorre spazj ineguali.

DEF. X.

§. 48. *Moto accelerato* si dice, quando un corpo nel suo movimento, in eguali tempi, accresce sempre lo spazio, o la sua celerità, senza regola alcuna.

DEF. XI.

§. 49. *Moto ritardato* si dice, quando un corpo nel suo movimento, in eguali tempi sempre decresce nella sua celerità.

DEF. XII.

§. 50. *Moto equabilmente accelerato* si dice, quando un corpo nel suo movimento, costantemente accresce la sua celerità, o spazio in una ragione costante. Tal accade ne' corpi che cadono liberamente in forza della gravità; a modochè se nel primo minuto secondo descrive un palmo, nel secondo minuto secondo descrive tre palmi, nel terzo palmi cinque; e così, andando avanti, palmi 7, 9, 11, ecc. cioè come i numeri dispari, secondo ha dimostrato il cel. Galilei.

DEF. XIII.

§. 51. *Moto equabilmente ritardato* si dice, quando un corpo nel suo movimento, scema costantemente la sua celerità, in una ragione constante, in guisa che, se nel primo tempo descrive un spazio come 2, nel secondo ne descriverà come 9, e quindi come 7. 5, 3, 1.

DEF. XIV.

§. 52. *Moto assoluto* si dice, quando un corpo cambia continuamente luogo, ossia parte estesa di questo Universo, niun rapporto avendo ai corpi circostanti.

DEF. XV.

§. 53. *Moto relativo* si dice, quando un corpo muovendosi, si ha un certo rapporto ai corpi circostanti; anche qualor non muti spazio nell'Universo.

LEMMA.

§. 54. Qualunque corpo, che si muove in vigore di una certa forza, che una volta ha agito contro di esso, non può nè accrescere, nè scemare la sua celerità; eccettochè per altre cagioni, o resistenze estranee.

Ciò risulta dall'esperienza, e dall'inerzia de' corpi.

TEOREMA I.

§. 55. *Un corpo, che si muove con moto uniforme, ossia con equabile celerità, descrive spazj praporzionali ai tempi.*

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè se nel primo minuto secondo descrive nn palmo, nel secondo minuto secondo descrive ancora nn palmo, l' istesso; dicasi del terzo, quarto eccperchè per l'ipotesi il moto è uniforme. Quindi nel doppio tempo descriverà doppio spazio, nel triplo tempo triplo spazio ecc. Vale a dire, descrive spazj proporzionati ai tempi. Ciocchè si dovea dimostrare.

TEOREMA II.

§. 56. *In un corpo crescendo la celerità, cresce lo spazio, fatto in tempi uguali.*

DIMOSTRAZIONE.

Ciò è chiaro: imperciocchè quanto più cresce la celerità, tanto maggiormente cresce lo spazio; vale a dire, saranno gli spazj proporzionali alle celerità. Ciocchè ecc.

COROLLARIO I.

§. 57. Dalle due proposizioni antecedenti segue, che lo spazio si ottiene dal prodotto del tempo per la velocità. Imperciocchè quanto più cresce la celerità, ed il tempo, tanto maggiormente cresce lo spazio. Quin-

Quindi se si chiami S, lo spazio, U, la velocità, e T, il tempo, sarà $S = U\,T$. Or se si divida quest'equazione per U, sarà $T = \frac{S}{U}$ (a); vale a dire che se si divida lo spazio per la velocità, si otterrà il tempo: e se la medesima equazione $S = U\,T$, si divida per T, sarà $U = \frac{S}{T}$; vale a dire, che si otterrà la velocità, dividendo lo spazio per il tempo.

TEOREMA III.

§. 58. *Di due corpi, de' quali la velocità, e i tempi sono ineguali, saranno gli spazj in ragion composta delle velocità, e de' tempi.*

Sieno dunque due corpi A, e B. Si chiami lo spazio del primo S; la velocità U; e il

(a) Ciò dipende dalla natura della moltiplica, e divisione; imperciocchè moltiplicandosi due quantità, se il prodotto si divida per uno de' due fattori, si avrà per quoziente l'altro fattore. Così moltiplicando 3, per $4 = 12$, se 12, si divida per 3, si avrà per quoziente l'altro fattore 4. Non altrimenti, essendo lo spazio il prodotto del tempo per la velocità, dividendosi per il tempo, si avrà la velocità, e dividendosi per la velocità, si avrà il tempo.

il tempo T : si chiami poi lo spazio del secondo s, la velocità v , e il tempo t. Sarà (coroll. preced.) S = V T , e s = v t; ma due grandezze eguali costituiscono una proporzione con due altre grandezze eguali; dunque sarà S : s = V T : v t, cioè gli spazj sono in ragion composta delle velocità, e de' tempi. Ciocchè ecc.

COROLLARIO I.

§. 59. Essendo S : s = V T : v t, se saranno eguali le velocità, sarà S : s = T : t, cioè saranno gli spazj in ragion de' tempi; e se al contrario saranno eguali i tempi, sarà S : s = V : v, cioè gli spazj in ragion delle velocità. Imperciocchè, in ogni proporzione, se si dividono i termini di una ragione per un' istessa quantità, la proporzione non si disturba.

COROLLARIO II.

§. 60. Di vantaggio, essendo S : s = U T : v t, se S = s, sarà ancora V T = v t; e sciolta quest' equazione in proporzione, sarà (prop. 16. l. 6. di Euclide) V : v. = t : T, cioè se gli spazj sono eguali, saranno le velocità in ragione inversa de' tempi : ed al contrario,

Co-

Corollario III.

§. 61. Inoltre, essendo $T = \frac{S}{V}$ (§. 57), e $t = \frac{s}{v}$; laonde risulterà la seguente proporzione: $T : t = \frac{S}{V} : \frac{s}{v}$ Ma, in ogni proporzione, se i termini di una ragione si moltiplicano per l' istessa quantità, la ragione, ed in conseguenza la proporzione non si disturba; dunque moltiplicati i termini della seconda ragione per l' istessa quantità V, si otterrà: $T\ t = \frac{sV}{V} : \frac{sV}{v}$, cioè, $T : t = S : \frac{sV}{v}$: e similmente moltiplicati i termini della seconda ragione per v, s' avrà $T : t = Sv : \frac{sVv}{v}$ cioè $T : t = Sv : sV$, cioè nel moto equabile i tempi sono nella ragion composta della diretta degli spazj, e dell'inversa delle velocità; o in altri termini: il tempo tantoppiù cresce, quanto maggiormente cresce lo spazio, e minora la velocità; ed al contrario.

AVVERTIMENTO.

§. 62. In conferma del precedente corollario, si rifletta che noi facciamo idea di un gran tempo, che dee impiegare una testuggine a precorrere un gran spazio, dal vedere, che essa ha una picciola velocità. Tutt' al contrario diciamo, che impieghi poco tempo un cavallo a percorrere un picciolo spazio, nel vedere la sua gran velocità.

COROLLARIO IV.

§. 63. Con un simile calculo si avrà V: v = St: sT, vale a dire nel moto equabile le velocità sono in ragion composta della diretta degli spazj, e dell' inversa de' tempi; oppure, che val lo stesso, la velocità in un corpo tantoppiù cresce, quanto maggiormente cresce lo spazio in un tempo minore.

AVVERTIMENTO II.

§. 64. Così diciamo, che un corpo abbia una gran velocità dal vederlo percorrere un gran spazio in poco tempo: diciamo al contrario, che un' altro abbia una picciola velocità dal vederlo precorrete picciolo spazio in gran tempo.

CAP.

CAP. II.

Della valutazione delle forze

DEFINIZIONE.

§. 65. LA *forza* è una facoltà occulta, mercè della quale si muovono i corpi.

OSSERVAZIONE.

§. 66. Egli è cosa ovvia ad osservarsi, che i corpi hanno maggior forza, a misura che cresce in essi la quantità della materia, essendo però eguali le velocità. Supponiamo, a cagion d' esempio; una palla di ferro, di una libra che si muova con due gradi di velocità: supponiamone altresì un' altra di cinque libre, ma che si muova con gli stessi due gradi di velocità; noi vedremo costantemente, che la seconda avrà maggior forza della prima. Supponiamo ancora un'altra volta: che due palle di ferro abbiano l'istessa qnantità di materia, p. e. ambedue di una libbra, ma che la prima abbia un grado solo di velocità, e la seconda ne abbia gradi dodici; sarà sicuro egualmente l'osservare, che la seconda avrà maggior forza della prima.

Co-

COROLLARIO I.

§. 67. Dal precedente §. potrassi rettamente inferire, che la forza di un corpo si accresce a misura che si accresce la quantità della materia, e la sua velocità.

COROLLARIO II.

§. 68. Adunque la forza di un corpo si ottiene, facendo il prodotto della quantità di materia per la velocità.

AVVERTIMENTO.

§. 69. Gli antichi Filosofi sono stati sempre di concorde parere, che per valutarsi le forze, bisognava far il prodotto della quantità di materia, e della velocità. Un tal sentimento non piacque al gran Filosofo, e Matematico Leibnitz. Costui distinse la forza viva, dalla forza morta. Chiamò *forza morta* quella, per cui un corpo, a cagione di qualche resistenza, non mostra moto sensibile, e velocità; nulladimeno tende a muoversi con una velocità infinitamente piociola, la quale è distrutta in ciascun' istante dalla detta resistenza. Tal' è p. e. in un corpo, che riposa su di un piano orizzontale; di una lampade che si mantiene sospesa mercè di una cordellina, o altro etc.

Chia-

Chiamò poi *forza viva* quella, per cui un corpo si muove sensibilmente. Egli credeva, che la forza morta si dovesse valutare facendo il prodotto della quantità di materia per la semplice velocità; laddove la forza viva si dovesse ottenere con fare il prodotto della quantità di materia pel quadrato della velocità. Ed ecco come: sia p. e. un corpo, di cui la quantità di materia sia come 2, e la velocità come 3; si avrà di questo la forza viva moltiplicando 2, per il quadrato della velocità 3; cioè $2 \times 3 \times 3 = 18$. Leibnitz adottò questa opinione per le seguenti ragioni: Un corpo, diceva egli, che casca dall' alto in vigore della gravità, acquista nella fine della sua discesa una velocità, ch'è come la radice quadrata dell'altezza, dalla quale è disceso: così cascando un corpo dall'altezza di 9 palmi, la sua velocità acquistata nella fine di detti 9 palmi, sarà come 3, radice quadrata di 9.

Da un'altra parte, seguitava egli, si sà, che un corpo lanciato in su con tre gradi di velocità, ascende all' altezza di 9 palmi, ch'è il quadrato di 3. Se dunque l'effetto, ch'è appunto lo spazio che descrive, è come il

trovano eguali; all'incontro si trovano appuntino eguali secondo il calculo de' Leibniziani. Imperciocchè cadendo il globo A di una libra dall' altezza di 4 piedi, la velocità ch' esso si troverà aver acquistato nella fine della sua discesa, sarà come la radice quadrata di 4, cioè come 2; e ciò avrem occasione di dimostrare in appresso, quando sarem a parlare della teoria della gravità. Intanto facendo il prodotto della quantità di materia per il quadrato della velocità, cioè $1 \times 2 \times 2$, si avrà la forza eguale a 4. Dell'istessa maniera, il globo B il quale è di 4 libre, e che cade dall' altezza di un piede, la velocità nella fine della sua discesa sarà come uno ch' è la radice quadrata di uno medesimo: onde facendo il prodotto di $4 \times 1 \times 1$ si avrà la forza ancora eguale a 4: Quindi essendo le forze nei globi A, B eguali, perchè ambe eguali a 4, saranno gli effetti, cioè le fovee ancora eguali. Secondo i Cartesiani al contrario, che moltiplicano la quantità della materia per la semplice velocità, la forza del corpo A, sarà $1 \times 2 = 2$; e quella del corpo B sarà $4 \times 1 = 4$; ond' è che non essendo le forze eguali; non potranno giammai gli effetti, cioè le fovee es-

sere eguali, ciocchè è contro all' esperienza addotta di sopra.

Or una tal quistione resterà tosto rischiarata come s'avverte, cioè che i Leibniziani non considerano nel calcolo la ragion del tempo, laddove i Cartesiani la riflettono, e la giudicano necessaria nel calculo. E di fatti il globo A cade in un tempo doppio del corpo B, come dimostreremo nella teoria del moto uniformemente accelerato; quindi è che non ostante che il globo A, giusta il calcolo de' Cartesiani, abbia la metà di forza del corpo B, tuttavolta esso agisce in un tempo ch' è doppio di quello di B: per cui se si multiplichi la quantità di materia del globo A cioè 1 per 2, ch' è la velocità, e per 2 ch' è il tempo s'avrà $1 \times 2 \times 2 = 4$; onde è l' istesso che se si moltiplichi la massa per il quadrato della velocità. Ed ecco che la forza del corpo A si trova come quattro tanto secondo il calcolo de' Cartesiani, includendo il tempo, e moltiplicando la massa per la semplice velocità; quanto secondo il calculo de' Leibniziani, escludendo il tempo, e moltiplicando la massa per il quadrato della velocità.

CAP.

CAP. III.

Della quantità di Moto.

DEFINIZIONE.

§. 70. *Quantità di moto*, *impeto*, *momento*, sono sinonimi presso i Fisici. Dessa è il prodotto della quantità di materia, e della velocità.

AVVERTIMENTO.

§. 71. Differisce *la forza* dalla *quantità di moto*; giacchè questa, è l'effetto, e quella, è la causa. Giusta i Cartesiani però, non differiscono punto, in guisachè si possono usurpare promiscuamente.

COROLLARIO I. (a).

§. 72. Adunque se la *quantità di moto* del

(a) Affine di renderci più intelligibili con quei giovani, che per disgrazia studiano la Fisica, senza aver premesse quelle scienze, che ad essa sono necessarie; perciò sono con questa nota a dichiararli le seguenti cose.

Nel-

corpo A si chiami Q, la *sua velocità* C, e la massa M, sarà Q=MC.

COROLLARIO II.

§. 73. Giacchè Q=MC, se si divideranno i termini di quest' equazione per M, sarà $\frac{Q}{M}=\frac{MC}{M}$ cioè $\frac{Q}{M}=C$; cioè se la quantità di moto

---

Nell' operazioni dell' analisi gl' algebristi hanno inventato de' segni per abbreviare le medesime. Così questo segno + significa somma; una linea orizzontale come questa — significa sottrazione; questo × , segno di moltiplica; due punti uno sopra, e l' altro sotto, come questi : divisione. Due linee poi orizontali, e parallele, come queste =, significano eguaglianza, come 8 = 5 + 3.

La proporzione poi si esprime così; supponiamo quattro quantità in proporzione, e siano A, B, S, M; si scriverà così A : B :: S : M, o pure A : B = S : M, Ciò significa che A contiene tante volte B, quante volte S contiene M.

Potendosi esprimete qualunque quantità con una delle lettere dell' alfabeto; per ajuto però della memoria, la quantità data si nomina con la lettera iniziale; per esempio si voglia nominare la densità con una lettera dell' alfabeto, si chiamerà questa D. Così se il tempo si dirà T, la velocità V, e C.

moto si divida per la massa, si avrà in siffatto modo la velocità. Per l'istessa ragione si avrà la massa con dividere la quantità di moto per la velocità.

TEOREMA I.

§. 74. *Le quantità di moto di due corpi sono tra di loro in ragion composta della velocità, e delle masse.*

Il prodotto di due quantità algebraiche si esprime con unire le lettere, così il prodotto di M per N sarà MN.

La decisione poi si esprime a modo di un fratto, mettendo per numeratore del medesimo la quantità, che si ha da dividere, e per denominatore il divisore; sia per esempio da dividersi M per N, si scriverà $\frac{M}{N}$, tale quale come dovendosi dividere 3 per 8, scrivo $\frac{3}{8}$. Se poi vi sia un termine comune tanto al divisore, che al dividendo, allora si cassa questo; p. e. sia da dividersi MN per N, casso allora N comune tanto al divisore, che al dividendo, e sarà M il quoziente. Così ancora $\frac{MN}{N}$ è l'istesso che M, cessando N comune tanto al numeratore, che al denominatore del fratto. Queste poche cognizioni di Algebra bastano a capire la nostra instituzione di Fisica, in dove capiteranno delle dimostrazioni analitiche.

DIMOSTRAZIONE.

Sieno i due corpi A, e B. Essendo del primo Q=MC (§.72), e del secondo q=mc, sarà Q: q=MC : mc per la ragione, che i termini di una equazione hanno proporzione con i termini dell'altra. Onde le *quantità di moto* ne' corpi A, e B sono in ragion composta delle velocità, e delle masse. Ciocchè etc.

COROLLARIO I.

§. 75. Essendo Q: q=MC: mc; se Q=q, sarà ancora MC=mc. Quindi sciolta questa seconda equazione in proporzione, sarà (prop. 16. l. 6. di Eucl.) M: m=c: C; vale a dire che se due corpi abbiano velocità, e masse diverse, avendo però eguali quantità di moto, saranno le velocità in ragion inversa delle masse; cioè quante volte la massa del primo contiene la massa del secondo, altrettanto la velocità del secondo, contiene quella del primo.

AVVERTIMENTO.

§. 76. Da ciò si comprende, che un corpo che abbia gran velocità, e picciola quantità di materia, può agire con tanto impeto contro di un' ostacolo, con quanto agisce un' altro,

tro, che abbia picciola velocità, e gran quantità di materia. Di fatti un gran martello, che batte sopra un'incudine con picciola velocità, farà quell'istesso effetto, che produce un'altro, che abbia picciola mole, e caschi con una gran velocità. Similmente, un rapido fiume, contenente poc'acqua urta gli ostacoli, o le ruote de'molini con egual forza, che un'altro, che contenendo gran quantità d'acqua, vada con picciola velocità.

COROLLARIO II.

§. 77. Essendo Q : q = MC : mc (§. 74), se M = m, sarà Q : q : C : c; giacchè dividendosi una ragione per due termini eguali, la proporzione non si turba.

AVVERTIMENTO.

§. 78. Ciò significa, che se due corpi, abbiano eguali masse, gl'impeti, saranno come le velocità. Di fatti una palla da schioppo p. e. lanciata colla mano contro del muro, cade a terra subito, senza produrre effetto alcuno: all'incontro lanciata con lo schioppo medesimo, perchè cammina con gran velocità, urta, e fracassa gli ostacoli, che incontra,

COROLLARIO III.

§. 79. Essendo Q : q = MC : mc (§.74) se se C = c, sarà Q : q = M : m : Cioè se le celerità sono eguali, gl'impeti saranno come le loro masse, In effetti facendo camminare lungo un piano levigato due palle di diversa quantità di materia, p. e. una palla di cannone, ed un' altra di schioppo con egual celerità, la palla di cannone avrà tantoppiù di forza, quantoppiù il peso di essa contiene quello dello schioppo; in guisacchè volendosi arrestare quella di cannone, si richiede una maggior forza di quella che richiedesi per arrestare quella di schioppo,

COROLLARIO IV.

§. 80. Abbiamo (§. 73) $C = \frac{Q}{M}$, e $c = \frac{q}{m}$, Ma due termini eguali costituiscono una proporzione con due altri termini eguali; dunque sarà $C : c = \frac{Q}{M} ; \frac{q}{m}$. Ma moltiplicando i termini della seconda ragione per l'istessa grandezza M, la proporzione non sarà turbata; dunque avremo $C : c = \frac{QM}{M} : \frac{qM}{M}$; E di nuovo cassando il termine comune al denomina-

minatore, e al numeratore del primo prodotto, avremo C : c = Q : $\frac{qM}{m}$. E similmente moltiplicando i termini della seconda ragione per m, avremo C : c = Qmq : $\frac{qMm}{m}$; onde cassando il termine m, comune al numeratore, e al denominatore del secondo termine; avremo C : c = Qm : qM; cioè le celerità sono in ragion composta della diretta della quantità de' moti, e dell'inversa delle masse.

Di fatti noi comprendiamo, che allora un corpo ha gran celerità, quando, avendo picciola massa produce grande impeto. Al contrario ci persuadiamo, che un corpo ha picciola celerità, qualora esso avendo gran massa, produce picciolo impeto. Quindi un bastimento di grandissima mole, se appena cammina, poca urta i corpi che incontra nell' acqua. All' incontro un battello camminando con gran celerità, urta con impeto le resistenze, che incontra nell' acqua medesima.

Corollario V.

§. 81. Essendo $M=\frac{Q}{C}$, e $m=\frac{q}{c}$ (§. 73.), sarà perciò $M : m=\frac{Q}{C} : \frac{q}{c}$: e moltiplicando i termini della seconda ragione pur C, avremo $M : m=\frac{QC}{C} : \frac{qC}{c}$; cioè $M : m=Q : \frac{qC}{c}$. E moltiplicando di nuovo i termini della seconda ragione per c, avremo $M : m=Qc : \frac{qCc}{c}$; onde cassando c ch' è comune al numeratore, e denominatore del secondo prodotto, avremo $M : m=Qc : qC$; cioè le masse sono in ragion composta della diretta delle quantità de' moti, e dell' inversa delle celerità: vale a dire, che di un corpo tanto maggiore sarà la sua massa, quanto più sarà la sua quantità di moto, e minore la sua celerità. E viceversa un corpo tanto minore avrà di peso, quanto minore sarà la sua quantità di moto, e maggiore la sua celerità. Quindi facciamo idea della somma tenuità della luce, dal perchè avendo essa grandissima celerità, (poichè per pervenire dal Sole a noi impiega pochi minuti) pochissimo impeto produce.

Av-

Avvertimento.

§. 82. Da ciò, che si è detto si rileva, che un istessa forza applicata a' diversi corpi, produce diversi effetti; in guisa che agendo in un corpo di gran massa, lo spinge con picciola velocità: ed al contrario produce gran velocità, agendo sù di un corpo di picciola massa. Così la polvere di cannone spinge la palla con tal velocità, che in pochi minuti descrive un gran spazio, nel mentre che appena spinge indietro il cannone medesimo. Adunque per fare che un corpo produca un gran impeto, si richiede, che sia spinto con una massima velocità; oppure che la sua massa, sia grande; ma dove fosse grande tanto la massa, quanto la velocità, si avrà in tal caso un grandissimo impeto a vincere qualunque resistenza. Ciò potrà servire come una vantagiosissima regola, per la tattica militare.

CAP. IV.

Del moto assoluto, e relativo.

TEOREMA I.

§. 83. *CHe possa darsi un corpo che si muova con moto relativo, e non già con moto assoluto*; oppure in altri termini: *Si può muovere un corpo con moto relativo, nel mentrecchè realmente riposa.*

DIMOSTRAZIONE.

Fingiamo, che un uomo si muova con tanta celerità, con quanta si muove la terra col suo moto diurno (conforme l'ipotesi di Copernico), ma che il suo moto sia al moto di questa contrario, cioè da Oriente, ad Occidente, costui che si allontanerà dalle Città, dai monti, dai fiumi, realmente però occupa sempre l'istesso spazio dell'Universo, vale a dire, che riposa assolutamente, e relativamente si muove. Adunque (Def. 15 di questo) può darsi un corpo, che si muova relativamente, e assolutamente riposi. Ciocchè etc.

TEO-

TEOREMA II.

§. 84. *Può darsi un corpo che si muove assolutamente, ma non già relativamente.*

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè un Arbore, nel mentrechè, secondo l'ipotesi Copernicana, si muove la terra, ancorchè conservi l'istessa distanza dai corpi circostanti, pur tuttavia l'arbore, pel moto della terra, muta continuamente spazio, dell'Universo; tale è ancora il caso di un'uomo, che seda nel fondo della nave, la quale camina pel mare. Dunque può darsi che un corpo si muova assolutamente, ma giammai relativamente (Def. 14 di questo)

TEOREMA III.

§. 85. *Può farsi che un corpo si muova assolutamente, e relativamente.*

DIMOSTRAZIONE.

Fingiamo, che un uomo si muova per la stessa direzione, che si muove la terra, come l'ipotesi di Copernico; cioè dall'Occidente, all'Oriente. In tal caso quest'Uomo non solo s'allontana sempre dai corpi circostanti, ma bensì cambia ancora sito dell'Universo, e pel moto proprio, e per quello della terra. Adunque (Def. 14, e 15 di questo) può dar-

darsi un corpo che si muova con moto assoluto, e relativo. Ciocchè etc.

AVVERTIMENTO.

§. 86. Si potrebbero addurre molti esempj per confermare la verità di ciocchè si è detto di sopra; ma si tralasciano solamente per brevità.

CAP. V.

Del moto equabile composto.

DEFINIZIONI.

DEF. I.

§. 87. SI chiama *moto semplice*; quando un corpo si muove per una sola cagione, che ha agito contro di esso.

DEF. II.

§. 88. Quando poi più cagioni unitamente, ed una volta hanno agito; oppure successivamente agiscono su di un corpo, il moto, che ne risulta, si chiama *moto composto*.

AVVERTIMENTO.

§. 89. Prima di far passaggio ai varj teoremi del moto composto, bisogna esporre le

tre

tre leggi del moto del gran Newton, delle quali la prima è questa: *Un corpo qualunque persiste nello stato suo di quiete, o di moto uniformemente in linea retta, purchè da cagion esterna non venghi obbligato a cambiare questo stato*; vale a dire che se un corpo è in quiete, starà in quiete sempre, quando non venghi mosso da un'altro; e che qualora un corpo cominci a muoversi verso una data direzione, si muoverà sempre con moto equabile, e sempre nella stessa direzione purch' esso non incontri resistenza.

II. *Il moto, o cambiamento di moto, è sempre proporzionale alla forza motrice impressa; ed esso si fa sempre per quella retta, verso la quale, la forza medesima ha agito*; vale a dire, se il corpo B si muove verso L con tre gradi di velocità, e dal corpo A se gli aggiungano altri due gradi di velocità, allora il corpo B si muoverà verso L con cinque gradi di velocità. Or esso si muoveva prima con tre gradi di velocità, dunque il cambiamento di moto è di due gradi, cioè è sempre proporzionale alla forza motrice impressa. E siccome i corpi A, B si muo- Fig III.

vevano verso L, dopo l'impulso anche il corpo B si muoverà verso L; cioè il moto si fa sempre lungo quella retta, in direzione della quale vien impressa la forza motrice.

III. *L'azione è sempre eguale, e contraria alla reazione*. Perchè non sembri falsa questa legge, dappoichè potrebbe dirsi, che se l'azione fosse eguale, e contraria alla reazione, non seguirebbe moto giammai; gioverà oltremodo la seguente dilucidazione.

Fingiamo che la palla A urti con cinque gradi di forza un muro, che abbia cento gradi di resistenza, ossia d' inerzia; egli è agevole il comprendere, che in questo caso il muro suddetto non resiste con tutta la sua forza, cioè con tutt' i suoi cento gradi di resistenza, ma bensì con soli cinque gradi, di forza uguali a quelli della palla A. Or se fingiamo che un altro corpo B urti l'istesso muro con nove gradi di forza, allora il muro resisterà ancora con nove gradi di resistenza. Adunque la resistenza del muro è sempre eguale tanto all'azione del corpo A, che B.

Così, e non altrimente, fingiamo che un uomo tragga a se una pietra coll'ajuto di una

una fune, ed abbia egli trenta gradi di forza, mentrechè tutta la resistenza della pietra sia come dieci: allora a quest' uomo medesimo basterà di agire come dieci, onde poter vincere la resistenza della pietra, imperciocchè i restanti venti, saranno impiegati a muovere la pietra istessa con una data celerità. Dunque dieci gradi dei trenta gradi di forza dell'uomo sarà l'azione dell'uomo stesso; e la resistenza della pietra, sarà ancora come dieci; perciò l'azione è eguale, e contraria alla reazione.

TEOREMA I.

§. 90. *Se il Corpo A sia spinto da due forze AB, AL, e la ragione, e direzione delle forze sieno le istesse AB, AL, allora il corpo A percorrerà la diagonale del parallelogrammo ABGL nel medesimo tempo, che il corpo A avrebbe precorso la linea AB, o AL se le forze avessero agite separate.* Fig. IV.

DIMOSTRAZIONE.

Si divida AB in parti eguali AN, NR, RH etc. Si divida ancora AL in parti eguali AP, PQ, QM, etc.: sieno però le parti di AB colle parti di AL eguali di numero. Ciò

posto, fingiamo, che nel primo minuto di tempo percorra lo spazio infinitesimo AN in grazia della sola forza per AB: Or siccome nel medesimo tempo il corpo A viene spinto dalla forza per AL, la quale se agisse sola, il corpo stesso nel primo minuto di tempo percorrerebbe p. e. il picciolo spazio AP; dunque il corpo A nel tempo suddetto percorrerà il picciolo spazio AO, per la seconda legge di Newton: vale a dire che il corpo A nel primo minuto di tempo si ritroverà nel punto, ove scambievolmente s' incontrano NO, PO, cioè nel punto O: Imperciocchè di tanto si dee allontanare il corpo dalla direzione AN, di quanto è la forza per AP, per essere ogni mutazione di moto proporzionale alla cagion motrice; il che è appunto della diagonale, che si allontana da uno de' lati del parallelogrammo, di quanto è maggiore l'altro.

Così, e non altrimenti nel secondo minuto di tempo sarà nel punto I, nel quale RI parallela ad AQ, e QI, parallela ad AR s' incontrano; e così il corpo successivamente anderà passando per i punti G, S, G. Ora i

pun-

punti O, I, C, ecc. sono nella diagonale, dal perchè le parti aliquote, sono in proporzione con i loro tutti, cioè AN : AP = AB : AL; e così ancora AR : AQ = AB : AL, dunque i parallelogrammi APON, AQIR ecc. sono intorno all' istessa diagonale AG (prop. 26. L. VI. di Eucl.); e perciò i punti O, I, C ecc. sono nella diagonale. Ed ecco, che se il corpo A sia spinto dalle forze AB, AL, percorre la diagonale AG nell' istesso spazio di tempo, che descriverebbe AB, o AL se agissero separate. Ciocchè ecc.

AVVERTIMENTO

§. 91. Musschenbroek dimostra questa verità nella maniera seguente. Supponiamo, che AL sia una riga, e che nel punto A vi sia una mosca, la quale si movi da A in L, nell' atto, che la riga si movi da A in B, ben inteso, che la riga sia sempre parallela a se stessa. Si supponga dippiù, che il moto della riga da A in B sia al moto della mosca da A in L; come AB ad AL; allora è chiaro, che nell' atto, che la riga sarà passata in N, la mosca avrà caminato da A in P, o sia da N in O; dunque la mosca sarà in O. Co-

si la riga essendo in R, la mosca sarà in I. Così finalmente essendo la riga in B, la mosca sarà in G. Che i punti O, I, C, S, G appartengono alla diagonale si dimostra come nel §. precedente.

COROLLARIO I.

Fig. 5. §. 92. Se dunque il corpo A spinto da due forze AB, AL percorre la diagonale del parallelogrammo, fatto dalle stesse rette AB, AL, cioè la diagonale AG; rimanendo però la forza AB, ed accresciuta la AL, e si facci uguale ad AK allora tirate dai punti B, K le rette BR, KR parallele ad AK AB, percorrerà il corpo in tal caso la diagonale AR, la quale si accosta più alla forza maggiore, che alla minore: ciocchè conferma la seconda legge di Newton.

COROLLARIO II.

Fig. 6. §. 93. Di vantaggio rimanghino le stesse le forze AB, AL, però agisca AB per la medesima direzione AB, ed AL agisca per la direzione AN, in guisachè l'angolo della direzione delle due forze sia NAB, maggiore dell'angolo LAB: in questo caso compito il parallelogrammo ANRB, il corpo percorrerà la dia-

diagonale AR , la quale è minore della diagonale AG, che dovrebbe percorrere il corpo, qualora l'angolo della direzione fosse LAB . Quindi è che , rimanendo le istesse forze , quantoppiù cresce l'angolo della direzione , tanto minore sarà lo spazio, che il corpo descrive ; e tanto minore avrà di celerità .

AVVERTIMENTO.

§. 94. Egli è poi facile cosa il dimostrare, che la diagonale AR sia minore di AG, dappoichè i due triangoli ABG , ABR hanno BG=BR , per essere uguali ad AN , AL , che per ipotesi sono uguali , ed AB di comune ; e siccome l'angolo compreso ABG è maggiore dell'angolo compreso ABR , perciò , sarà la base AG maggiore della base AR.

COROLLARIO III.

§. 95. Al contrario rimanghino ferme le intensità delle forze AB, AL , ma l'angolo delle direzioni delle stesse sia NAB minore di LAB: in tal caso il corpo percorrerà la diagonale AR del parallelogrammo ABRN , maggiore della diagonale AG. Perciò quando sia minore l'angolo di direzione , e le forze sieno le istesse , allora il corpo percorre maggior spazio. Fig. 7.

AVVERTIMENTO,

§. 96. E' ancora facile dimostrare, che la diagonale AG sia minore della diagonale AR. Imperciocchè i due triangoli ABG, ABR hanno i due lati AB, BG=AB, BR: e siccome l'angolo compreso ABG, è minore dell'angolo compreso ABR, perciò sarà la diagonale AG, minore della AR.

COROLLARIO IV.

Fig. 8. §. 97. Se l'angolo di direzione LAB sia molto ottuso, allora il corpo percorrerà una picciola diagonale, qual'è appunto AG, in guisachè se le forze sieno eguali, e saranno disposte quasi in linea retta, il corpo medesimo percorrerà quasi niuno spazio. Ed essendo in maniera disposti, che constituiscano affatto una linea retta, in questo caso il corpo non descriverà all'intutto alcuno spazio; il perchè le forze per l'ipotesi sono eguali, e contrarie.

COROLLARIO V.

Fig. 9. §. 98. Se l'angolo LAB sia il minimo degli angoli acuti, allora il corpo percorrerà il massimo spazio, che può percorrere; in guisachè se giugne a svanire all'intutto l'angolo

lo suddetto; le forze agiranno per l'istessa direzione; e sarà per questo, lo spazio precorso dal medesimo, come la somma degli spazj AB + AL=AG.

COROLLARIO VI.

§. 99. Essendo AB+BG, o AB+AL, maggiore di AG (prop. 20, e 34 l. 1. di Eucl.), sarà il moto, che risulta dalla composizione delle forze, le quali agiscono contro un corpo minore del moto, che il corpo medesimo farebbe, qualora le forze fossero separate, oppure agissero nell'istessa direzione. Fig. 10.

AVVERTIMENTO.

§. 100. Le forze che agiscono nella maniera esposta sono chiamate forze di mezzana conspirazione, perchè non sono assolutamente conspiranti.

PROBLEMA I.

§. 101. *Date tre forze AB, AL, AR le quali agiscano contro un corpo A, rattrovare lo spazio, e la velocità di questo.* Fig. 11.

COSTRUZIONE.

Si tiri dal punto B la retta BG parallela ad AL: ed LG parallela ad AB. Dal punto G si tiri GK parallela ad A R: e dal

dal punto R, RK parallela alla diagonale AG. Nel parallelogrammo ARKG si tiri la diagonale AK. Io dico, che lo spazio, e la velocità del corpo A, sarà espressa dalla diagonale AK.

DIMOSTRAZIONE.

Supponghiamo che il corpo A fosse stato spinto dalle due forze AB, AL; esso allora avrebbe descritto la diagonale del parallelogrammo ALGB, cioè AG. Dunque è la medesima cosa che lo stesso corpo A fosse stato spinto da AB, AL, che dalla sola forza AG. Ciò posto; fingiamo di nuovo, che il corpo suddetto fosse stato spinto dalla forza AG, AR avrebbe esso descritto la diagonale del parallelogrammo ARKG, cioè AK. Adunque il corpo spinto da tre forze AB, AL, AR, descriverà lo spazio AK; e perciò AK esprimerà lo spazio, e la velocità di esso. Ciocchè ecc.

AVVERTIMENTO.

§. 102. Con egual metodo potrassi rattrovare la velocità, e lo spazio di qualunque altro corpo, spinto da 4, 10, 100 ecc. forze.

CAP.

CAP. VI.

Della risoluzione del moto.

LEMMA.

§. 103. *SE il corpo A sia spinto da una sola forza, la di cui velocità, ed intensità sia espressa dalla retta AB, allora, descritto il parallelogrammo ALBG intorno l' istessa AB, potrassi risolvere la sola forza AB, in due, cioè AG, AL.* Fig 12.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, se il corpo A fosse spinto dalle forze AG, AL percorrerebbe la diagonale AB. Perciò egli è l'istesso che sia spinto dalle forze AG, AL, che dalla sola AB; dunque la sola AB si potrà risolvere in due AG AL. Ciocchè ecc.

COROLLARIO I.

§. 104. Quindi la sola forza AG si potrà risolvere in quattro forze AM, AD, AR, AS. Fig.13
Imperciocchè, la forza AG, si può risolvere in AB, AL (§. antec.); e nell'istessa maniera le AB, potrassi risolvere in AM, AD;

cir-

circoscritto ad AB, il parallelogrammo ADBM, la AL, in AR, AS, Dunque la forza AG si potrà risolvere in quattro, cioè AM, AD, AR, AS: e non diversamente una sola forza potrassi dividere in otto, sedici, trentadue forze ecc.

AVVERTIMENTO.

§. 105. Appresso si vedrà qual utilità rechi questa risoluzione di moto, al moto riflesso, e refratto, e a tutta la teoria della luce.

CAP. VII.

Del moto composto variabile.

TEOREMA I.

Fig. 14. §. 106. *SE il corpo A sia spinto dalle due forze AB, AC, delle quali, l'una cioè AB, agisca una volta, e l'altra AC agisca continuamente, per quanto dura il moto del corpo medesimo; vale a dire aggiungendo in ogn'istante aumento alla celerità, descriverà allora una linea curva.*

DIMOSTRAZIONE.

Fingiamo che nel primo momento di tempo

po il corpo sia spinto dalle forze AC, AB, percorrerà esso AL diagonale del parallelogrammo CB (§. 90.) Dunque il corpo A nella fine del primo momento di tempo, si rattroverà nel punto L. Ma AB per l' ipotesi, agisce una volta, dunque agisce con equabile celerità, e coll' istessa direzione, cioè parallela a se stessa (per la 1. legge di Newton). Altronde, AC, ossia BL agisce continuamente, cioè aggiunge ad ogn' istante nuovo aumento alla celerità; dunque se si produca CL eguale, e parallela ad AB verso G, e si facci LG=AB; e si produca ancora BL verso K, e si facci maggiore di BL, o di AC, allora il corpo nel secondo momento di tempo, sarà spinto dalle forze LG, LR: onde compito il parallelogrammo RG, e tirata la diagonale LR, il corpo si rattroverà pel secondo momento di tempo, nel punto R, e così in appresso ecc.

Ora egli è facile cosa dimostrare (prop. 26. L. VI. di Euclid.), che le picciole diagonali AL, LR, RN non sieno nella stessa direzione. Imperciocchè i due parallelogrammi CB, RG hanno gli angoli CLB, RLG eguali co-

come verticali ; e i lati non sono in proporzione , giacchè CL=LG , ma BL è minore di LR , perciò non saranno nella medesima direzione. Così diremo, che RN non sia nella direzione di LR . E siccome i moderni Geometri considerano le curve tutte come poligoni d' infiniti lati , perciò il corpo A continuamente muta direzione , producendo una linea curva . Ciocchè ecc.

AVVERTIMENTO .

§. 107. Con la testè citata teoria si spiega l' esperimento rapportato ancora dall' Ill. Signor Poli , a chi noi professiamo del rispetto , qual'è del tenore seguente . MN è un carretto posto su di un piano levigatissimo , sopra del quale evvi il mortaletto A , dentro del quale si pone una pallina di avorio . In B poi vi è una molla , che rilasciandola spinge il carretto , e urta la pallina da A verso D . E' cosa maravigliosa il vedere , che il carretto passando da MN , in mn , la palla descrive la curva Adrs , e ricasca nel mortaletto mn. Ciò è spiegabile nel seguente modo . La pallina riceve nell' istesso tempo il mot' orizzontale , secondo la direzione Aa , e l' urto verticale AD

Fig. 15.

dalla

dalla molla, perciò andrà per la strada di mezzo AF. Nell' atto, adunque che il mortaletto si trova in P, la pallina si trova in d (pag. 90). In vigore poi della forza d' inerzia la palla dovrebbe descrivere dq=ad. Ma nell'istesso tempo è tratta giù verso P dalla forza di gravità, e sia questa uguale a de, perciò compito il parallelogrammo edqr, descriverà la diagonale dr, e si troverà in r, nell' atto, che il mortaletto si trova in x. Così il carretto si trova in o, e la palla in i, e finalmente il carretto in a, e la pallina in s, e perciò casca di nuovo nel medesimo.

Corollario

§. 108. Può darsi dunque che un corpo percorra una linea retta con moto equabile dalla combinazione di due, o più forze (§. 100.): e può egualmente darsi che un corpo percorra una linea curva con moto variabile, dalla combinazione ancora di due forze.

Avvertimento.

§. 109. Dalla diversa ragione delle due forze, un corpo può percorrere una curva parabolica, ellittica ecc. come dimostra l' immor-

mortale Galileo nel moto de' projetti, e il gran Newton nella teoria de' corpi planetarj.

CAP. VIII.

Delle forze centrali.

DEFINIZIONE I.

§. 110. Forza *centripeta* si appella quella forza, per la quale un corpo qualunque tende a muoversi verso un dato punto (*a*).

DEF. II.

§. 111. Forza *centrifuga* si chiama quella per la quale un corpo qualunque tende a discostarsi da un medesimo dato punto.

AVVERTIMENTO.

§. 112. Supponiamo che il corpo B sia sospeso nella fionda AB, e che sia ritenuto dalla mano di un uomo nel punto A: sia questa portata in giro dalla stessa mano dell'uomo Fig. 16.

(a) La forza centripeta, e centrifuga, vengono indistintamente nominate da Fisici, *forze centrali*.

mo per la curva circolare BLGK, allora una delle due forze, ch'è appunto la forza d'impulsione, ossia di projezione, la quale si dirigge verso qualche punto, cioè verso il punto M, se agisse sola, muoverebbe continuamente il corpo verso lo stesso punto M, per la prima legge di Newton. E siccome per tal direzione muovendosi il corpo, si allontanerebbe sempre dal centro A, perciò è stata chiamata forza *centrifuga*.

DEF. III.

§. 113. Se il corpo A si aggiri intorno alla curva ellittica, o circolare ecc. AMNK per mezzo delle forze centrali, e si trovi il corpo medesimo in diversi tempi, prima nel punto A, indi nel punto M, e così in appresso ai punti N, e K, se si supponga, che la forza centripeta suddetta sia diretta verso il punto O; allora tirati i raggi vettori OA, OM, ON, OK, i triangoli mistilinei AOM, MON, NOK, si chiameranno *aree*, o *aje*. Fig. 17.

TEOREMA I.

§. 114 *Se il corpo M sia tratto in giro per MGQP dalle forze centrali; e pervenuto ne' punti G, Q, P, ecc. si finga, che la forza centripeta* Fig 18.

peta non più agisca verso il punto A, il corpo in ciascuno di questi momenti, si dirigerà per le tangenti GK, QR, PN.

DIMOSTRAZIONE.

Si supponga, che il corpo nel momento che sia giunto nel punto G, non sia più tratto dalla forza centripeta, che agisce verso A; allora esso continuerà a muoversi nell' istessa direzione, che prima si muovea (per la 1. leg. di Newt.) Ora la direzione nella quale un corpo, agirandosi per una curva, si muove, è una retta infinitesima, giacchè ogni curva si considera da' Geometri, come un poligono d' infiniti lati; ciascheduno de' quali è infinitesimo, dunque prolungata questa direzione, ossia questa retta infinitesima, da qualunque punto, sarà questa tangente nello stesso punto, come si sa dalla Geometria. Quindi è che il corpo giunto nel punto e nel momento, che la forza centripeta cessi d' agire, si muoverà per la tangente GK. L' istessa dimostrazione vale per qualunque punto della curva GQPM. Ciocchè ecc.

COROLLARIO I.

Fig. 19. §. 116. Egli è dunque cosa facile di ritrovare

vare la forza centripeta, e centrifuga del corpo A. Ed ecco come: si tiri dal punto A la tangente infinitamente picciola AB; e dal punto B si tiri BL, perpendicolare ad AB, fin a che incontri la curva nel punto L: così la linea BL esprimerà tanto la forza centripeta, quanto la centrifuga. Imperciocchè se nel punto A, avesse cessato di agire la forza centripeta, il corpo nel picciolo tempo solo, avrebbe corso la tangente infinitesima AB (§. prec.); e nella fine dell' impercettibile tempo suddetto si sarebbe trovata nel punto B. Ma se la forza centripeta ancora avesse agito, il corpo allora si sarebbe trovato nel punto L; dunque BL dinoterà la forza centrifuga, come quella che esprime di quanto il corpo A si è venuto ad allontanare dalla curva ALG, avendo agito la sola centrifuga.

Similmente operando la sola forza centripeta, il corpo si sarebbe rattrovato nel punto N, tirata adunque dal punto N la retta NL parallela ad AB, in questo modo il punto N corrisponderà al punto L; e perciò LB dinoterà ancora la forza centripeta, come quella, che dinota di quanto il corpo si è allon-

tanato dalla forza centrifuga per effetto della forza centripeta. Che perciò LB, o sia NA dinoterà tanto la forza centripeta, che la forza centrifuga.

Corollario II.

§. 116. Adunque se tanto BL, che LB = AN esprime la forza centripeta, e centrifuga, le forze centrali sono eguali.

Teorema II.

Fig. 10. §. 117. *Date le restanti cose eguali, le forze centrali sono proporzionali alla quantità di materia.*

Dimostrazione.

Imperciocchè le forze centrali sono inerenti alla materia; o in altri termini, competono a ciascuna particella elementare del corpo. Dunque quantoppiù crescono le particelle elementari, ed in conseguenza cresce la materia, tanto maggiormente crescono le forze centrali: ciocchè è l'istesso che dire che le forze centrali, date le altre cose eguali, sono proporzionali alla quantità di materia. Che ecc.

Teorema III.

§. 118. *Se un corpo si aggiri intorno a una cur-*

va circolare AKB con moto uniforme; e che in un dato tempo infinitamente picciolo, descriva un Fig 20.
arco ancor infinitamente picciolo AL, la forza centrale sarà come il quadrato dello stesso arco AL, diviso pel diametro AB.

DIMOSTRAZIONE.

Tirata dal punto L alla tangente AG, la perpendicolare LG; e dallo stesso punto L, LM parallela alla tangente AG, e che incontri il diametro AB nel punto M. Siccome GL, ossia AM=GL esprime la forza centrale (§. 115.); e siccome ancora la retta AM è in continua proporzione col diametro AB, e la corda AL, (coroll. prop. 8. l. VI. Euclid.) la quale per essere infinitamente picciola si confonde coll'arco AL, dunque sarà AB : AL=AL : AM; ed invertendo, AM : AL=AL : AB. Perciò AM×AB=AL² (prop. 27. del l. VI. di Eucl.); e divisi i membri di quest'equazione per AB, sarà $AB=\frac{AL^2}{AB}$. Ch'è quanto dire che la forza centrale è come il quadrato dell'arco AL, diviso pel diametro AB. Ciocchè ecc.

COROLLARIO I.

§. 119. Muovendosi il corpo A con moto uni-

uniforme, dunque lo spazio, ossia l'arco AL indica la sua velocità; quindi la forza centrale nel cerchio si otterrà ancora con dividere il quadrato della velocità del corpo pel diametro.

Corollario II.

§. 120. Quindi ancora, il corpo che si muove per una curva circolare in vigore delle forze centrali costantemente, si muove con moto uniforme. Imperciocchè (§. 118.) la forza centrale si ottiene con dividere il quadrato dell'arco infinitesimo, pel dilui diametro: or l'arco infinitesimo in ogni punto è eguale a se stesso, come anche il suo diametro; perciò il quoziente di una tal divisione sarà sempre uguale, dunque la forza centrale in ogni punto del circolo sarà sempre l'istessa, per cui un corpo si muoverà per una curva circolare sempre con equabile celerità.

Corollario III.

§. 121. Siccome si osserva, che i pianeti non hanno la medesima velocità nè diversi punti delle loro orbite, perciò si dee credere, che i medesimi non descrivino orbite circolari, ma bensì quasi ellittiche.

Teorema IV.

§. 122. *Il corpo A che si muove in vigore delle forze centrali, e tende continuamente verso O, per la forza centripeta, descriverà le aje proporzionali ai tempi intorno al punto O.* Fig. 21.

Dimostrazione.

Si supponga che il corpo A descriva in vigore della forza di projezione la linea AR; in questo caso il triangolo AOR dinoterà l'aja, descritta dal corpo nel primo tempo. Ora nel secondo tempo il corpo A per l'istessa direzione camminando, in vigore della sola forza di projezione, descriverebbe RG=AR (per la prima legge di Newton), ma siccome è tirato verso O dalla forza centripeta, espressa da RL, perciò spinto esso nel punto R dalle due forze RG, RL, descriverà la diagonale RM del parallelogrammo RGML (§. 90.): quindi tirato il raggio vettore OM, dinoterà il triangolo ORM l'aja, descritta dal corpo nel secondo tempo. Intanto il triangolo ORM è eguale al triangolo ORG, avendo l'istessa base OR, ed essendo costituiti fralle stesse parallele OR, GM; è dippiù il triangolo ORG eguale al triangolo OAR per-

chè hanno eguali basi AR, RG per ipotesi, e l'istessa altezza; sarà dunque anche il triangolo ORM=OAR.

Nell' istesso modo il corpo, nel terzo instante di tempo, per l'inerzia dovrebbe descrivere MC=RM; ma esso è tratto nell' istesso momento verso O dalla forza centripeta, che supponiamo eguale a MN; dunque, compito il parallelogrammo MNPC, descriverà la diagonale MP: onde l'aja descritta nel terzo tempo eguale al secondo, ed al primo, sarà OMP. Ora per l'istessa ragione testè citata, il triangolo OPM=OCM, per avere la comune base MO, e contenuto tra parallele CP, MO; ma l'istesso triangolo OCM=ORM per avere le basi uguali CM, MR, e il vertice comune in O; ma l'istesso triangolo OMR si è dimostrato uguale al triangolo OAR. Dunque in tempi eguali il corpo descrive aje eguali; cioè in doppio tempo, l'aja sarà doppia, ed in triplo tempo l'aja sarà tripla: vale a dire l'aje sono in proporzione de' tempi. Ciocchè ecc.

TEOREMA V.

Fig.22. §. 123. *Se il corpo A si aggiri intorno a*

una

una curva, e faccia le aje eguali AOR, ROM, MOP, intorno il punto O, in uguali tempi, il corpo stesso A sarà continuamente tratto dalla forza centripeta verso O.

Si produca AR verso G, in guisa che sia RG=AR. Dal punto M, ove il corpo si ritrova nella fine del secondo tempo, al punto G, si tiri GM. Da M si tiri ML parallela ad RG.

DIMOSTRAZIONE.

Siccome il triangolo AOR=ROM, per ipotesi, ed il triangolo AOR=ROG (prop. 38. l. 1. di Eucl.), sarà ROG=ROM. Ma i triangoli suddetti ROG, ROM hanno l'istessa base RO, dunque saranno fralle stesse parallele (prop. 39. l. 1. Eucl.) cioè sarà OR parallela a GM, perciò il corpo A non può rattrovarsi nel secondo momento di tempo nel punto M, se non sia tratto dalla forza centripeta RL, la quale prodotta passa pel punto O, allorchè si trova nel punto R.

In egual maniera si dimostrerà che il corpo nel punto M tenda verso O, e così andando innanzi: per cui se un cospo ecc. Ciocchè ecc.

AVVERTIMENTO.

La suddetta dimostrazione si rende più chiara dal riflettere, che trovandosi il corpo da R in M, dopo aver descritta la diagonale RM, non altrimenti essa può descrivere, che in vigore delle due forze, una cioè RG, che sarebbe la centrifuga, e l'altra la centripeta RL, che prodotta passa per O.

TEOREMA VI.

§. 124. *Se i tempi sono nella ragione inversa delle velocità, essendo i raggi eguali: ed i tempi stessi sono come i raggi, essendo eguali le velocità com'è noto da se, ne siegue, ch'essendo la velocità, ed i raggi dissuguali, i tempi saranno nella ragion composta della diretta de' raggi, e dell'inversa delle velocità, cioè sarà* $T : t = Rv . rV$.

COROLLARIO I.

§. 125. Essendo $T : t = Rv : rV$ (§. antec.) sarà il prodotto degli estremi, eguale al prodotto de' medj, cioè $TrV = tRv$. Onde riducendo quest'equazione a proporzione, sarà $V : v = Rt : rT$ (prop. 16. lib. VI. di Eucl.) Cioè le velocità saranno in ragion composta della diretta de' raggi, e dell'inversa de' tempi.

Co-

Corollario II.

§. 126. Essendo $T : t = Rv : rV$ (§. 129.) sarà per l' istesso principio, poc' anzi addotto $TrV = tRv$: e ridotta ancora quest' equazione in proporzione, $R : r = TV : tv$. Cioè i raggi saranno nella ragion composta de' tempi, e della velocità.

Teorema VII.

§. 127. *Le forze centrali sono ancora nella ragion composta della diretta de' raggi, e della reciproca de' tempi periodici.*

Dimostrazione.

Giacchè $C = \frac{S}{T}$, cioè la celerità è eguale allo spazio diviso pel tempo, e siccome gli spazj sono appunto le circonferenze de' circoli, che sono come i raggi, dunque sarà $C = \frac{R}{T}$ Non altrimenti di un' altro corpo sarà $c = \frac{r}{t}$. Ora se due grandezze sono eguali, anche i di loro quadrati sono eguali, dunque $C^2 = \frac{R^2}{T^2}$, e $c^2 = \frac{r^2}{t^2}$.

Altronde si è dimostrato che $V : v = \frac{C^2}{R} ; \frac{c^2}{r}$

(§.118.), chiamando V, e v le forze, cioè che le forze sono come i quadrati delle celerità, divisi pei raggi. Dunque sostituendo in questa proporzione i valori delle celerità, cioè al luogo di C^2, si sostituisca $\frac{R^2}{T^2}$, ed al luogo c^2, $\frac{r^2}{t^2}$, sarà V: $v = \frac{R^2}{T^2 R} : \frac{r^2}{t^2 r}$. E cassando i termini comuni al numeratore, e denominatore di questi fratti sarà V : $v = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. E moltiplicando i termini della seconda ragione per T^2 sarà V; $v = R : \frac{rT^2}{t^2}$. Finalmente moltiplicando ancora i termini della seconda ragione per t^2, sarà V : $V = Rt^2 : \frac{rT^2t^2}{t^2}$, cioè V: $v = Rt^2 : rT^2$. Ed ecco, che le forze centrali sono nella ragion composta della diretta de' raggi, e dell' inversa de' quadrati de' tempi periodici. Ciocchè ecc.

LIBRO III.

CAPITOLO IX.

Breve Saggio di Astronomia, e primieramente intorno alla Sfera.

§. 128. PRiachè a spiegare i fenomeni celesti si divenga, forz'è, che per un'attimo di tempo si faccia parola de' cerchi del Cielo, i quali, sebbene sieno immaginarj, pur nondimeno colla di loro cognizione moltissime cose discoprir possiamo nell' Astronomia, Geografia, e Nautica.

DEFINIZIONI

DEF. I.

§. 129. I cerchi di qualsivoglia Sfera, altri sono massimi, altri minimi. I primi son quelli, che in due porzioni eguali dipartiscono la Sfera, e di questa hanno lo stesso centro. I secondi son quei, che non hanno il medesimo centro della Sfera, e nè la dividano in due uguali parti.

DEF. II.

§. 130. I cerchi massimi sono l' *Equatore* Fig. 33. EK, il *Zodiaco* MInR, l' *Orizzonte* FK, il *Meridiano* FPBpR, e i due *Coluri*.

DEF. III.

§. 131. I cerchi minimi sono i due *Tropici* NQR, MGL, e i due *Polari*, cioè Qzq, Exe.

DEF. IV.

§. 132. *L'asse* di ciascheduno cerchio è la linea fuori'l piano dello stesso cerchio perpendicolare allo stesso, e gli passa per il centro. Le di lei estremità sono i *poli* esistenti nella superficie Sferica. Quindi la linea Pp è *asse* dell'Equatore EK, P, p i *poli* dello stesso.

OSSERVAZIONE.

§. 133. Se fissiamo i nostri rapidi sguardi in notte serena verso il Cielo, miriamo certamente, che le Stelle nascono dall' Orizzonte, elevansi sopra di lui, passano pel Meridiano, deprimonsi, e finalmente tramontano nell' Occaso. Quindi le Stelle diverso grado di elevazione hanno tutto giorno sopra l'Orizzonte. Ma la sola Stella, che chiamasi polare la quale è l' ultima dell' Orsa minore, sempre manifesta ai spettatori, ha quasi sempre un' eguale altezza sopra l'Orizzonte. Av-

AVVERTIMENTO I.

§. 134. Il punto del Cielo, che per due gradi dista da sì fatta Stella, si appella *polo Artico*, come il punto P.

§. 135. Se poi si porta la linea, che passa pel punto P, e l'occhio dello spettatore, la quale allungata traversa pel centro O della Terra, sin a p; questa linea Pp *asse* del Mondo vien chiamata, ed il punto p polo *Antartico*. Se poi il cerchio BK il cui centro sia quello della Terra O, si crede perpendicolare all' asse Pp, questo cerchio si nomina *Equatore*.

COROLLARIO I.

§. 136. Da ciò ne avviene, che i poli Pp distano da ogni punto della circonferenza dell' Equatore per 90. gradi, come spiegasi dalla Trigonometria Sferica.

COROLLARIO II.

§. 137. Si fatto cerchio porta il nome di Equatore, perchè quando il Sole apparisce in esso addivengono gli Equinozj. La distanza del luogo all' Equatore terrestre si appella *latitudine del luogo*. Ma la distanza di qualsivoglia astro all' Equatore celeste si chiama de-

cli-

clinazione dell' astro . Tali distanze vengono designate mercè i gradi presi su i meridiani, che passano di sopra quel luogo , ove sta lo Spettatore , o pei meridiani, che passano per gli astri .

§. 138. L'Equatore celeste, o terrestre dipartisce il Cielo , o la Terra in due emisferi, cioè in emisfero Boreale , ed Australe , secondochè trovasi alla parte Settentrionale , o Australe .

DEF. V.

§. 139. L' *orizzonte* è il cerchio massimo della Sfera , che è o piano tangente alla Terra , condotto pel luogo dello Spettatore , finachè si estende la di lui vista ; o il cerchio massimo , il quale passa pel centro della Terra : il primo porta il nome di *Orizzonte sensibile* , il secondo *razionale* .

AVVERTIMENTO II.

§. 146. Nell' Orizzonte sensibile gli Astronomi quattro punti cardinali vi considerano , cioè *Est* , *Ovest* , *Sud* , *Nord* , vale a dire la plaga Orientale , Occidentale , Australe , Settentrionale . Il punto orientale è 'l punto dell' Orizzonte , da cui spunta il Sole , allorchè

sta

sta nell' Equatore; ed il punto, dove nell' Orizzonte si deprime, quando il Sole è nell' Equatore, chiamasi punto occidentale. Se poi conducesi la linea, la quale unisce il vero punto *Orientale*, ed *Occidentale*, e su di questa si porti una linea perpendicolare sin' a che ritrovi la circonferenza dell' Orizzonte in due punti; uno de' quali si chiama punto *meridionale*, e l' altro punto *Settentrionale*.

DEF. VI.

§. 141. Il *Zenit* è un punto del Cielo, che corrisponde al vertice dello Spettatore, ed è lungi da ogni punto della circonferenza dell' Orizzonte per 90. gradi.

§. 142. Se immaginasi la linea congiungente il zenit, e 'l capo dello Spettatore, distesa tanto, che rinvenirà il Cielo alla plaga opposta, questo punto si appella *Nadir*.

COROLLARIO

§. 143. Da ciò ne siegue, che la linea, che congiunge il Zenit, e Nadir, essendo perpendicolare all' Orizzonte, e passando per il centro di esso, perciò i medesimi punti sono i poli dell' orizzonte (§. 132.)

AVVERTIMENTO III.

§. 144. Qualora poi si concepisce il cerchio verticale, il quale passa pel centro di qualunque astro, sin tanto che ritroverà l'Orizzonte. La distanza di questo punto, presa in gradi sopra l'Orizzonte dal vero punto Orientale, dicesi *amplitudine* dell'astro. Si dice poi amplidezza orientale, o occidentale, secondochè è distante dall'Oriente, o dall'Occidente.

§. 145. Se questa distanza si prende dal punto settentrionale o meridionale, nominasi *azimut* dell'astro.

COROLLARIO

§. 146. Quindi ne deriva, che i Pianeti, ed il Sole in diversi tempi dell'anno varj gradi di amplitudine hanno. Lo stesso addiviene del loro *azimut*. Le Stelle fisse sempre conservono lo stesso grado di amplitudine, e *azimut*, perchè sono nello stesso parallelo.

DEF. VII.

§. 147. Il circolo QBAPLap, il quale passa pel zenit A, ed il nadir a, come anche pei poli P; p, ed è perpendicolare all'orizzonte FK, dicesi *Meridiano*, poichè ritrovandosi il Sole in esso, è mezzogiorno. Fig. 11

Av-

AVVERTIMENTO I.

§. 148. Il meridiano varia a proporzione, che si va dall'oriente all'occidente, o al contrario. Quindi i popoli più occidentali, o più orientali di noi hanno diverso meridiano.

COROLLARIO I.

§. 149. Dovendosi i meridiani unirsi tutti ne' poli; perciò la massima distanza di un meridiano all'altro è nell'equatore; andando poi dall'equatore verso de' poli, i medesimi sempreppiù si accostano.

COROLLARIO II.

§. 150. Descrivendo il Sole in ogni giorno l'equatore, o un parallelo all'equatore; quindi dividendo 360 gradi per 24, numero di ore, delle quali costa un giorno, il quoziente è 15. Perciò per ogni 15. gradi di differenza da un meridiano all'altro evvi un ora di differenza nel mezzogiorno. I popoli più orientali di noi lo hanno prima, i popoli più occidentali lo hanno dopo di noi.

AVVERTIMENTO II.

§. 151. La distanza presa in gradi del meridiano del luogo al primo meridiano dal Mondo, dicesi *longitudine*.

§. 152. I Nautici, e gl' Astronomi hanno fissato per primo meridiano del Mondo, quello che passa per l' isola del Ferro la più occidentale dell' Isole Canarie. I Francesi però hanno fissato quello che passa per l'Osservatorio di Parigi; in modo che le carte Geografiche, ed Idrografiche impresse da loro, sempre incominciano a numerare da questo Meridiano. Contandosi i gradi di longitudine dall' Ovest all' Est; e perchè l' isola del Ferro è quasi 20° all' Ovest di Parigi perciò volendosi trasportare un punto da una carta Idrografica stampata a Parigi ad un' altra, in cui si contano i gradi di longitudine dall' Isola del Ferro, bisogna fare la seguente correzione: Supponiamo, che un punto della carta stampata a parigi segni 30°. 22'. di longitudine: allora volendosi trasportare questo punto ad una carta, che segna per primo Meridiano quello, che passa per l' Isola del Ferro, bisogna dire 30° 22' + 20° = 50° 22'; e questi 50' 22° saranno i gradi di longitudine in questa seconda carta.

DEFINIZIONE VIII.

§. 153. Abbassando un verticale sopra dell' equatore, che passi pel centro di un astro,

la

la distanza che passa dal primo grado di Ariete, e questo punto, dove il verticale si abbatte coll'equatore, dicesi *ascensione retta* dell'astro, che corrisponde in terra a gradi di longitudine.

AVVERTIMENTO I.

§. 154. Gli Astronomi ed i Nautici fanno grandissimo uso delle amplitudini, dell'azimut, delle declinazioni, e dell'ascensioni rette degli astri. Principalmente i Nautici ne fanno uso per correggere le loro rotte, e per determinare meglio il punto della carta, dove si trovano.

AVVERTIMENTO II.

§. 155. Accostandosi sempreppiù i meridiani verso de' poli, ne segue che un viaggiatore camminando per mare, supponghiamo per *6* gradi sotto l'equatore dall'Est all'Ovest; e camminando il medesimo, o un altro per altrettanti gradi sotto di un parallelo, pure non camminerà egual numero di miglia; *e sarà il numero delle miglia sotto l'equatore, al numero delle miglia, sotto del parallello, come il raggio al coseno di latitudine del parallello.* Difatti sieno MAGK, AIQK due meridiani; che Fig. 23.

s'incontrano ne poli A, K. sia MQGI l'equatore; e LFBN un parallelo.

§. 156. Camminando da Q in G nell' equatore terrestre, e camminando da F in B nel parallelo, si descriveranno archi simili, perchè contenuti tra i medesimi meridiani AIQK, ABGK. Ma gli archi simili sono come le intere circonferenze, le quali sono come i raggi; dunque sarà QG: FB=OG: RB. Ma OG essendo raggio del circolo massimo, cioè dell' equatore, è raggio della sfera; e RB è seno dell'arco AB complemento all'arco BG che indica la latitudine del parallelo BFLN; dunque BR sarà coseno di BG, o sia della latitudine del parallelo. Perciò saranno le miglia da Q in G, alle miglia da F in B, come il raggio al coseno della latitudine del parallelo.

§. 157. Supponiamo, che la latitudine del parallelo sia di 30°. Saranno le miglia percorse all' equatore, alle miglia percorse nel parallelo, come il raggio al seno di 60°, ch'è coseno di 30°.

AVVERTIMENTO III.

§. 158. Questa operazione dicesi da Nautici ridurre le miglia maggiori alle miglia minori.

§. 159.

§. 159. Nell' Equatore ogni grado si conta per 60 miglia. Ne paralleli si conta per quelle miglia, che risultano dalla proporzione indicata.

AVVERTIMENTO IV.

§. 160. Abbiamo detto che la distanza del luogo all' equatore terrestre dicesi latitudine del luogo, che nel cielo dicesi declinazione di un astro. Queste distanze si misurano sopra de' meridiani; come sopra del meridiano del luogo si prende l' altezza del polo. Posto ciò ne siegue, che *l' altezza del Polo e sempre eguale alla latitudine del luogo, o sia alla declinazione del Vertice, o sia Zenit*. Difatti essendo il zenit M discosto dal punto dell'orizzonte di 90° (p.141); ed il polo P discosto dall'equatore in B di 90°, sara l' arco Mf=PB Toltone di comune l' arco MP resterà Pf=MB; cioè l' altezza del polo Pf sopra l' orizzonte uquale a MB, ch'è la latitudine del luogo, che in Cielo chiamasi declinazione del vertice, o sia del zenit. Fig.21.

DEF. IX.

§. 161. Il circolo MIOR, che coll' equatore BK forma in O, un' angolo di 23° 28' il Fig 21.

quale è misurato dall'arco BM, dicesi *Ecclittica*.

AVVERTIMENTO I.

§. 162. La medesima linea divide il zodiaco in due parti eguali, il quale è una fascia larga nel Cielo di 16° in circa, dai quali non escono i pianeti.

§. 163. La linea dell'ecclittica è l'orbita annuale, che discriverebbe la terra, secondo l'ipotesi Copernicana; e che secondo la suddetta ipotesi pare, che la descrive il Sole.

§. 164. Nel zodiaco si distinguono dodici costellazioni, che sono nel ordine seguente.

§. 165. *Ariete*, *Toro*, *Gemelli*, *Cancro*, *Leone*, e *Vergine*. *Libra*, *Scorpione*, *Sagittario*, *Capricorno*, *Aquario*, e *Pesci*.

§. 166. La Terra, se fusse vera la sudetta ipotesi, descriverebbe in ogni mese una di queste constellazioni,

AVVERTIMENTO II.

§. 167. Nell'Ecclittica sono da notare quattro punti interessanti, cioè i due punti *Equinoziali*, e i due punti *solstiziali*.

§. 168. Il primo, *punto equinoziale* è il punto dove l'ecclittica interseca l'equatore nel pri-

primo grado dell' Ariete ; in dove si trova il sole . Ciò succede a 21 di Marzo, ed è il primo giorno dell' anno astronomico. Il secondo punto equinoziale è il primo grado del segno di Libra, dove ancora l' ecclittica interseca l' equatore ; e ciò succede a 21 Settembre , dove il sole si ritrova.

§. 169. Questi due punti diconsi equinoziali, perchè ritrovandosi il sole in essi, i giorni sono uguali alle notti.

§. 170. Il primo grado del segno di Cancro dicesi punto solstiziale di Està, e ciò succede a 21 Giugno.

§. 171. Il primo grado del segno di Capricorno dicesi punto solstiziale d' inverno, e succede ciò a 21 di Decembre.

§. 172. Diconsi punti solstiziali perchè qualora il sole trovasi in essi, sembra che il sole non più si accosta , nè più si discosta dal nostro Zenit nel suo camino, percui abbiamo per molto tempo il più lungo giorno, o la più lunga notte.

COROLLARIO

§. 173. Da ciò apparisce, che nè punti equi-

no-

noziali il sole hà zero di declinazione, e ne punti solstiali ha 23° 28' di declinazione; poiche l' ecclittica interseca l' equatore, e forma con esso un' angolo di 23°, 28'.

DEF. X.

§. 174. I due circoli meridiani, che passano, uno per i segni di Ariete, e di Libra, l'altro che passa per i segni di Cancro, e Capricorno, diconsi *Coluri*. Il primo dicesi *Coluro degl' Equinozj*, perchè allora la Terra rattrovandosi nel segno di libra, o di Ariete, il sole illumina la metà dell' Equatore Terrestre, e suoi paralleli; e perciò i giorni sono equali alle notti.

§. 175. Il secondo si dice Coluro de' *solstizj*, giacchè apparentemente pare che il sole non si accosta, o non si discosta dall'istesso punto del Cielo; qualora il sole si trova vicino ad esso Coluro.

DEF. XI.

§. 176. Pei due punti del Zodiaco, cioè pel primo grado del segno di Cancro M, e quello di Capricorno R vi passano due circoli minimi paralleli all'equatore, che diconsi *Tropici del Cancro, e di Capricorno*; e sono

MGL

MGL il primo, e NQR il secondo.

AVVERTIMENTO.

§. 177. I medesimi Tropici danno termine alla Zona Torrida, così chiamata per l'eccessivo calore, che domina in essa, come succede nell'Etiopia in Africa, e ne'circondarj di essa, e nelle Amazzoni in America, e circondarj di esse.

§. 178. In quella piombano i raggi solari quasi sempre verticalmente, si capisce, donde nasce il massimo suo calore. La medesima è tra i 46° 56' cioè 23° 28' di latitudine settentrionale, e 23° 28' di latitudine meridionale.

§. 179. Le Zone temperate sono comprese, una tra il tropico di cancro, e il circolo polare di Settentrione, e l'altra tra il Tropico di Capricorno, ed il polare di mezzogiorno. L'una e l'altra hanno 43°, 4' di latitudine.

DEF. XII.

§. 180. I due circoli minimi Exe, Qzq, le dicui circonferenze sono discoste in tutti i punti da poli P, p di 23°, 28', diconsi *circoli polari*. Essi prendono la denominazione da' poli, cioè Exe circolo *polare Artico*, e Qzq cir-

circolo *polare antartico*. Tra questi circoli polari, ed i respettivi poli sono comprese le zone glaciali, così dette per l'eccessivo freddo, che in esse domina; giacchè ivi i raggi solari cascono molto obbliqui.

CAP. X.

Delle Diverse posizioni della sfera celeste.

DEFINIZIONE I.

§. 181. ALlora quando l'Equatore casca a perpendicolo sopra l'orizzonte del luogo, ed i poli si trovano sopra l'istesso orizzonte, allora *la sfera* si dice *retta*, che vale l'istesso, che dire perpendicolare.

AVVERTIMENTO.

§. 182. Gli abitanti di questa sfera hanno un perpetuo equinozio, per essere l'equatore, e suoi paralleli metà sopra il di loro orizzonte, e metà sotto.

§. 183. Ivi il calore è eccessivo. Il sole allora quando si trova nel loro meridiano è nel Zenit di essi.

DEF.

DEF. II.

§. 184. Se poi l'Equatore celeste è quasi nell'istesso piano dell'orizzonte del luogo; e uno de poli si trova nel loro Zenit, e l'altro nel Nadir allora dicesi *sfera parallela*, a cagione dell'equatore, e suoi paralleli, che sono paralleli all'orizzonte.

AVVERTIMENTO.

§. 185. Ivi il freddo è intensissimo, e il sole si trattiene per sei mesi sopra l'orizzonte, e sei mesi sotto. Ciò avviene poicchè essendo il Zodiaco, e l'equatore due circoli massimi della stessa sfera, si dividono in parti eguali, per avere essi un comune centro; ed essendo l'equatore l'istesso che l'orizzonte in questa sfera, perciò per sei mesi il sole si trattiene sopra l'orizzonte, e sei sotto di esso, percui vi saranno sei mesi di giorno, e sei mesi di notte.

§. 186. In essa sfera è facile a concepire, che il sole gira intorno intorno l'orizzonte. La sua elevazione però non è l'istessa in tutt'i tempi dell'anno; la massima sua elevazione è di 23° 28°. Essendo tanto l'angolo d'inclinazione dell'equatore coll'ecclittica.

DEF. III.

§. 187. Se poi finalmente l'Equatore è obbliquo all'orizzonte del luogo, allora dicesi *sfera obbliqua*,

AVVERTIMENTO I.

§. 188. In essa sfera variano i giorni, e le notti, come anche il caldo, ed il freddo; difatti considerando la sfera obbliqua in Napoli, dove abitiamo; si renderà ragione di questa differenza.

§. 189. Napoli si trova a 40° 50' 45'' di latitudine settentrionale; quindi il Zenit di altrettanti si trova discosto dall'Equatore celeste. Il sole intanto, ritrovandosi nel mese di Giugno nel segno di cancro, cioè nel segno del solstizio estivo, si troverà a 23° 28' di declinazione Boreale cioè sarà discosto dall' Equatore di 23°, 28', i quali si debbono sottrarre dalla declinazione del nostro vertice, cioè da 40° 50' 45''; onde avere la distanza del Zenit nostro al Sole, quando passa pel Meridiano, poichè in Napoli le sudette declinazioni, cioè del Zenit, e del Sole sono dell'istessa specie cioè ambedue boreali. Ma 40° 50' 45''—23°, 28'

28'=17°. 22'. 45"; dunque il sole, allora quando si trova nel nostro Meridiano nel segno del solstizio estivo, è discosto dal nostro Zenit di 17° 22' 45". Quindi i raggi del Sole fanno colla verticale un angolo di 17°. 22.' 45"' All' incontro nel solstizio d' inverno, si trova il Sole a 23°, 28' di declinazione australe; perciò bisogna aggiungere a 40° 50', 45", per avere in questo tempo, la distanza del Zenit al Sole, allora quando passa pel nostro meridiano; giacchè la declinazione del nostro Zenit è boreale, e quella del Sole è australe; saranno perciò 40° 50' 45"+23° 28'= 64° 18' 45". Dunque il Sole allora quando passa pel nostro Meridiano è discosto dal Zenit nostro di 64° 18' 45"; e sarà di altrettanto l' angolo che fa il raggio del Sole, nel Meridiano colla verticale. Ma nell' està è di 17° 22' 45" Evvi dunque una differenza di obbliquità ne' raggi del Sole tra l' inverno, e l' està di 46° 56' 00"; giacchè 64° 18' 45" — 17° 22' 45"=46 56 00" Cascando intanto i raggi nell' inverno molti obbliqui, e nell' està molto di meno, si capisce la ragione, perchè nell' inverno faccia freddo, e nell' està, caldo,

AVVERTIMENTO II.

§. 190. La lunghezza de' giorni nell' està, e delle notti nell' inverno dipende, che ritrovandoci noi nell' emisfero boreale, ed il Sole nel medesimo emisfero, deve perciò illuminare più della metà del parallelo, che abbiamo. Laonde avviene, che più di dodici ore possiamo vedere il Sole, e meno di dodici ore non lo possiamo vedere affatto; donde la lunghezza de' giorni, e la brevità delle notti nell'està. Il contrario avviene nell' inverno.

§. 191. Difatti, sia AKBQ la nostra terra, PY il parallelo di Napoli, AXBO l' equatore Terrestre, che corrisponde al punto C dell' equatore Celeste. Il punto I quello del Solstizio estivo, e D, del solstizio invernale. E' facile il concepire, che ritrovandosi il Sole in I nel solstizio estivo, i raggi solari IM, IN illuminano, del nostro parallelo, la porzione MPN, ch' è più della metà KPF; che perciò il Sole si vedrà da noi per più di dodici ore, cioè sarà lungo il giorno, e breve la notte. Fig 14.

§. 192. All'incontro ritrovandosi il Sole in D nel solstizio invernale, i raggi del medesimo

mo DG, DL illumineranno la porzione GPL del nostro parallelo, ch' è meno della sua metà KPF. Perciò nell inverno, breve sarà il giorno, e lunga la notte. Questa medesima applicazione potrassi fare in ogni luogo della Terra.

CAP. XI.

Facile Metodo per concepire facilmente tutti i Circoli Celesti, non avendo presente la Sfera Armillare.

§. 193. IN una notte serena si guardi la stella polare, ch' è l' ultima dell' Orsa minore (*a*), allora quando la sudetta costellazione è nella massima sua depressione. Si porti allora l'occhio dello spettatore 2 gradi sopra di questa stella, e si tenga fisso lo sguardo in essa. S'intenda far passare una linea tra questo punto, e l' occhio dello spettatore; e s' intenda prolungata fino a che incontri il Cielo alla parte opposta del medesimo spettatore. Questa linea, Fig. 25.

(*a*) La sudetta stella polare è discosta dal polo Settentrionale di gradi due.

sebbene immaginaria, darà l'idea dell' asse del Mondo, che passerà pel centro della Terra, e pei poli del Cielo, e della Terra istessa. Di vantaggio s' intenda un circolo, che sia nella direzione di questa linea, che considerandolo in Cielo, è il *Meridiano celeste* del luogo, desso passerà certamente pel punto del Cielo, che sovrasta alla testa dello spettatore, cioè per lo Zenit, il di cui punto opposto sarà il Nadir. La comune sezione poi di questo circolo celeste, con la superficie della Terra, darà l' idea del *Meridiano Terrestre*.

§. 194. Se si porti l'occhio dal polo, per la direzione di questo circolo *meridiano*, sino alla distanza di 90°, (locchè si può ottenere per mezzo del quadrante, situato nella direzione di detto meridiano), e da questa distanza poi di 90° s' intenda far passare un circolo perpendicolare all' asse, questo darà l' idea dell' *Equatore celeste*, considerandolo nel Cielo; e nella Terra, dell' *Equatore Terrestre*.

§. 195. Se poi dal polo si porti l' occhio sino alla distanza di 23°, 28', e da questo punto s' intenda far passare un cerchio perpendicolare all' asse, che prolungato intersechi la Ter-

Terra, questo sarà il circolo *polare Artico celeste*, o *Terrestre*, secondochè si consideri nel Cielo, o nella Terra.

§. 196. Portando poi l'occhio avanti, secondo la direzione del *Meridiano*, e prendendo la distanza dal polo sino a 66° 32', ilche vale l'istesso, che se si prendesse la distanza di 23°, 28' dall'*Equatore*, e da questo punto si faccia passare un circolo perpendicolare all'asse del Mondo, darà questo l'idea del *Tropico del Cancro celeste, o terrestre*.

§. 197. Questo stesso considerandolo dal Polo del Sud, darà l'idea del circolo *polare antartico*, e del *Tropico del Capricorno*.

§. 198. Se lo spettatore porti l'occhio sù della Terra, quel piano, che gli si farà davanti sarà *l'orizzonte sensibile*. Dirigendo poi l'occhio, secondo la direzione del *Meridiano*, rivolto colla faccia al *polo Settentrionale*, sino a che incontri il circolo terminatore dell'orizzonte, questo punto sarà il *Nord* dell'orizzonte.

§. 199. Tra questo punto, e i piedi dello spettatore s'intenda far passare una linea prodotta sino a che incontri l'orizzonte dalla par-

te opposta; questo punto d'intersezione sarà il *Sud*. Questa linea poi, che congiunge il Nord, ed il Sud sarà la *linea Meridiana*.

§. 200. Sopra di questa linea s'intenda elevare una perpendicolare, che si produca dall'una, e dall'altra parte sino a che incontri l'*orizzonte*; questi due punti saranno l'*Est*, e l'*Ovest* dell'*Orizzonte*. Il punto alla destra dello spettatore, rivolto al Settentrione, sarà l'*Est*, e alla sinistra l'*Ovest*.

§. 201. Avuta l'idea dell'Equatore è facile cosa farsi l'idea dello Zodiaco. Intendasi un circolo, che intersechi l'*equatore* con un angolo di 23° 28', in modo, che metà di questo circolo resti nell'emisfero Settentrionale, e metà nel Meridionale. Questo circolo vi darà l'idea dell'*Ecclittica*, la quale è l'orbita, che descriverebbe la Terra in un anno, secondo l'ipotesi Copernicana.

§. 202. S'intende dipoi uno spazio celeste di 8° alla dritta, e 8° alla sinistra dell'Ecclittica. Questa fascia larga 16.° sarà *lo Zodiaco*; nel quale sono le 12 costellazioni, cioè Ariete Toro, e. c.

§. 203. I dati punti dove l'*equatore*, e l'

ec-

ecclittica s'intersecano saranno i punti *equinoziali* per dove s'intenda far passare un circolo massimo perpendicolare all'*equatore*, e che passa pei *poli*; questo darà l'idea del *coluro* degli *equinozj*.

§. 204. Alla distanza di questo *coluro*, cioè di 90° s'intenda far passare nn altro circolo massimo anche perpendicolare all'*equatore*, e che passa pei poli, questo darà l'idea del *coluro* de' *solstizj*.

CAP. XII.

Metodi per determinare i gradi di latitudine, e longitudine.

PROBLEMA I.

Determinare i gradi di latitudine del luogo.

§. 205. NEl polo Settentrionale evvi una constellazione dell'*Orsa* minore rappresentata nella figura 25. SI prenda di mira una delle Stelle che formano la medesima, per esempio la stella A, e si aspetti quando passa pel pia-

no del *meridiano*; il che si può ottenere, situando il quadrante nella situazione della direzione della *meridiana*. Ciò però si facci, qualora la detta costellazione è nella massima sua elevazione dall'*orizzonte*; e si noti subbito il grado di elevazione di detta stella A. Dovendo detta constellazione girare intorno al polo O, si anderà deprimendo mano mano. Si aspetti dunque qualora la detta constellazione è nella massima sua depressione, il che avverrà, qualora si trova dinuovo nel meridiano, cioè nel piano dell'instrumento come apparisce dalla figura citata. Indi si noti il grado di elevazione dall'orizzonte della stessa stella A, passata nel sito a. Dalla massima elevazione si sottragga la minima; ed il residuo vi darà la distanza in gradi da A in a: di questa se ne prenda la metà, la quale aggiunta alla minima elevazione, vi darà l'elevazione del Polo O locchè si dovea rinvenire.

AVVERTIMENTO I.

§. 206. La ragione di tutto ciò si rende manifesta dal considerare, che le stelle fisse girono intorno al Polo O. Quindi dalla elevazione in A, sottraendo la mi-

nima in a, vi darà la distanza Aa, la di cui metà sarà Oa: e questa aggiunta alla minima elevazione in a, darà l'*elevazione del polo* O. Avendo avuta l'elevazione del Polo si ha ancora la latitudine del luogo, o sia la la declinazione del vertice (§. 160.)

AVVERTIMENTO II.

§. 207. Bisogna avvertire, che la rifrazione della luce non dà mai da vera altezza dell'astro, come anche la sua parallassi: E bisogna ancora in questo calcolo inchiudere l'altezza in cui si fa l'osservazione dell'orizzonte. Questo si rimedia con le tavole formate a tal uopo, come potrassi leggere nelle tavole inserite nel Trattato di Navigazione del Signor Bougher, tradotto dal Signor Vincenzo Brunacci. I Nautici si servono di altri mezzi per determinare la latitudine del luogo, e distinguono varj casi, come potrassi leggere nell' opera citata.

LEMMA.

§. 208. *Metodo per ridurre i gradi di Longitudine in tempo; e reciprocamente ridurre il tempo in gradi di Longitudine.*

Affine di farci strada per dare un me-

todo per determinare i gradi di Longitudine, bisogna premettere la maniera di ridurre il tempo in gradi di Longitudine, e reciprocamente i gradi di Longitudine in tempo (a).

Descrivendo un' astro nello spazio di 24 ore tutt' i 360 gradi, in cui ogni circolo è diviso, ne segue, che in un' ora descriverà 15 gradi; giacchè diviso 360 per 24, il quoziente è 15. Vale a dire che 15 gradi di differenza in longitudine corrispondono ad un ora di Longitudine. E convertendo l' ora a minuti cioè a 60 minuti primi; e i 15 gradi a minuti primi, moltiplicandoli per 60; avremo 15+60=900. Cioè 900 minuti primi di gradi corrispondono a 60 minuti primi di ora.

§. 209. Con questo principio potremo sapere quanti minuti primi di ora corrispondono ad un grado, con la sequente proporzione: Se 900 minuti primi di gradi corrispondono a 60 minuti primi di ora; ad un grado, cioè a 60 mi-

(a) Si avverta, che trovando scritto un numero con un zero sopra, dinota gradi; non una virgoletta poi sopra, minuti primi, e con due, minuti secondi; così 8° 32' 41'' significa 8 gradi, 32 minuti secondi, e 4 terzi.

minuti primi di grado che li corrispondono di muniti d'ora? Cioe 900 : $60^{min.}$ = 60' : X ; dunque $X = \frac{60 \times 60}{900} = \frac{3600}{900} = 4$. minuti di ora. Dunque tanto è dire un grado di differenza in longitudine, che 4 minuti primi di ora di differenza in longitudine. O più brevmente, essendo un grado $\frac{1}{15}$ di 15 gradi, così 4' di ora è $\frac{4}{15}$ parte di un' ora, o sia di 60 minuti primi di ora; e perciò a 4 minuti primi di ora corrisponde un grado di longitudine.

§. 210. Con un simile argomento si dimostra, che ad ogni minuto primo di grado corrispondono 4 minuti secondi di ora. Che perciò è facile a ridurre la differenza in longitudine di gradi in differenza in longitudine di tempo; moltiplicando cioè i gradi, i minuti primi, i minuti secondi, e. c. per 4; dipoi i gradi si prenderanno per minuti primi di ora; i minuti primi di grado per minuti secondi di ora, e i miuuti secondi per minuti terzi.

§. 211. Sia aduuque 8° 32' 41'' di differenza di longitudine in gradi, da convertirsi in

dif-

differenza di longitudine in ore. Si muitiplichino allora 8° 32' 41" per 4, il di cui prodotto e 34 10 44. Allora 8° 32' 41" conrisponderanno a 34' 10" 44"' di differenza in ora.

§. 212. Al contrario si procede qualora si devono convertire le differenze in ore, in differenze di gradi di longitudine, cioè si divide per 4, e dipoi i minuti terzi di ora saranno minuti secondi di grado, i minuti secondi ora saranno minuti primi di grado, e i minuti primi di ora saranno gradi. Perciò sia 34' 10" 44"' di ora da convertirsi in differenza di gradi; si divida allora per 4, ed il quoziente 8° 32' 41" sarà la differenza in longitudine.

Problema II.

Determinare i gradi di longitudine ne' diversi luoghi della Terra.

§. 213. Varii sono i metodi coi quali si determinano i gradi di longitudine; il più usitato è però di determinarli per mezzo dell' Ecclissi de Satelliti, che di frequente accadono.

§. 214. Si dispongono due osservatori in luo-

luoghi lontani fra di loro, i quali sono destinati ad osservare attentamente quando uno de Satelliti, supponiamo per esempio il secondo satellite di Giove, s' immerge nell'ombra di Giove. E' noto, che essendo i due osservatori in gran distanza, la suddetta immersione non potrà succedere all' istess' ora. Supponiamo che questa differenza sia di $2^{or.}$ 13^{r} 8^{II}. In questo caso riduco in primo luogo le due ore in minuti primi, moltiplicandoli cioè per 60, ed al prodotto 120 si aggiungono i 13 minuti primi, che vi sono nelle due osservazioni; la somma sarà 133. Dunque la differenza nelle due osservazioni sarà di 133^{I} 8^{II}. Quindi pel lemma precedente, si dividano i 133^{I} 8^{II} per 4, ed il quoziente 33. 17 darà la differenza in gradi di longitudine, cioè sarà di 33 gradi, e di 17 minuti primi. E così si proceda dell' altre osservazioni. Questo stesso si potrà pratticare coll' ecclissi del Sole; con il passaggio di qualche pianeta sotto il disco solare e. c.

CAP.

CAP. XIII.

Degl' instrumenti, de' quali si fa uso nelle cose esposte ne' capitoli precedenti.

§. 215. GL' instrumenti de' quali si fa uso per le cose precedenti, si riducono al *Quadrante*, *Ottante*, e *Sestante*. Il quadrante non è altro, che la quarta parte di un circolo di ottone, diviso esattamente in *gradi*; *minuti primi*, e. c. Sarebbe indifferentemente che si graduasse l'intero circolo, o la semicirconferenza.

§. 216. Sia dunque NGIRL un circolo di Ottone graduato diviso in quattro quadranti
Fig. 26. NI. IR, RM, MN, per mezzo de' due diametri NR, MI, si sospenda il medesimo, per mezzo di due anelli in N, ad un filo KN, e si situi nella direzione del Meridiano del luogo. Vi è poi un cannocchiale LG mobile, che gira intorno al centro O. Ci situi questa nella direzione dell' astro in B, che passa pel meridiano; si contano i gradi tra G, ed I, e questi saranno eguali a gradi tra B, ed F cioè tra il sito dell'astro, ed il punto F dell'orizzonte,

per

per essere questi archi simili. Quest'arco appunto GI sarà l'elevazione dell'astro dall'orizzonte, e quindi il suo complimento GN sarà la distanza dell'astro B al Zenit. Questo metodo è impraticabile pel mare attento il moto del vascello; perciò si è inventato l'Ottante, o il Sestante.

§. 217. L'esposizione dell'Ottante richiede alcune verità intorno la luce, che bisogna premettere. Allora quando il raggio di luce IL s'imbatte obbliquamente nello specchio piano AS, forma l'angolo ILA d'incidenza, eguale all'angolo di riflessione KLS; quindi ancora i loro complementi ILQ, QLK sono eguali. Fig. 27.

§. 218. Da ciò ne segue; che se l'angolo ILA si rende maggiore della metà di un grado, il suo complimento ILQ si rende minore della metà ancora di un grado: ma perchè l'angolo d'incidenza dev'essere sempre eguale all'angolo di riflessione; perciò minorandosi di un mezzo grado l'angolo ILQ, di altrettanto dee minorarsi l'angolo KLQ. Che perciò tutto l'angolo ILK, ch'è la somma de' due angoli eguali ILQ, KLQ, minorerassi

si del doppio di quello, che minora il solo angolo ILA, cioè di un intero grado.

§. 219. S'immagini adunque, che lo specchio sia collocato nella direzione venticale AB, al quale v'incida il raggio di luce QG, Fig. 28. si rifletta il medesimo per GK; facendo l'angolo QGB d'incidenza uguale all'angolo di riflessione KGA.

§. 220. Si rivolti lo specchio nel sito ba, allora l'angolo d'incidenza QGb si renderà maggiore del primo angolo d'incidenza QGB; egualmente che l'angolo di riflessione kGa, si renderà maggiore del primo angolo anche di riflessione KGA. Quindi per le cose già dette, tutto l'angolo QGk si renderà del doppio minore di quello che cresce il solo angolo d'incidenza QGb.

§. 221. Giova premettere di vantaggio, che se il raggio di luce AB proveniente da un punto sull'orizzonte, cioè nella direzione AB, Fig 29. parallela all'orizzonte, venga riflesso dallo specchio KL in BO; e questo venga riflesso di nuovo dal secondo specchio RM, parallelo al primo KL, il raggio BO si rifletterà di nuovo per OG, quale direzione sarà parallela al rag-

raggio AB, e perciò si rifletterà ancora nella direzione orizzontale OG. Imperciocchè l'angolo d'incidenza ABK è eguale all'angolo di riflessione LBO; ma quest'ultimo è eguale a BOR come angoli alterni di specchi paralleli KL, RM, intersecati da OB; dippiù l'angolo d'incidenza BOR eguaglia quello di riflessione GOM, dunque i quattr'angoli ABK, LBO, BOR, GOM, due intorno al punto B, e due al punto O, sono eguali. E siccome tanto i primi intorno al punto B, che i secondi intorno al punto O sono eguali a due retti, sarà (toltone gli angoli eguali) ABO = BOG. Essendo dunque questi alterni di AB, OG, intersecati da BO uguali saranno questi raggi paralleli (prop. 18 l. 1 Euclid.) Ch' era appunto quanto si dovea dimostrare.

§. 222. Intanto egli è indifferente che un oggetto sito sull'orizzonte si guardi direttamente per il raggio AB, che per il raggio riflesso OG, atteso si vedrà sempre nell'istesso sito sopra l'orizzonte. Ora fingiamo che restando fermo lo specchio RM, giri l'altro KL intorno al punto B, in guisacchè tra li due specchi non vi sia più parallelismo; egli sa-

Fig. 29.

Fig. 30.

sarà agevole cosa a comprendersi, che il raggio riflesso OG, che supponiamo orizzontale, non potrà provenire, che dal raggio incidente BO: altrimenti l'angolo d' incidenza non sarebbe eguale a quello di riflessione. Altronde, girando lo specchio p. e. di un grado intorno al punto B, l'angolo LBO, si renderà di un grado minore di quello ch' era, allorchè gli specchi erano paralleli: ed in conseguenza l'angolo ABO si renderà maggiore di due gradi di quello ch'era prima (218.). Questo in somma significa, che il raggio AB, proviene da un punto due gradi sopra l'orizzonte, non ostante che riflettendosi per BO; e quindi per OG, comparisca proveniente da un punto dell'orizzonte. Vale a dire, che un oggetto due gradi sopra l'orizzonte, comparisce essere nel piano orizzontale. A modo che, girando lo specchio per dieci gradi intorno al punto B, comparirà nell'orizzonte un oggetto, che ne sia elevato per venti gradi. Ciò posto, possiamo adesso venire alla descrizione dell' *Ottante*, e del uso dello stesso.

§. 223. Il settore circolare X BZ terminato

to dai due raggi BX BZ, e dall' arco XZ di gradi 45, e quello per l' appunto che si chiama Ottante, perchè l' ottava parte della sua circonferenza. L'arco suddetto XZ, non ostante che sia di 45 gradi, è tuttavia diviso in 90 parti; percui ciascheduna delle sue parti vien a costituire un mezzo grado: essi intanto si prendono per gradi intieri. In y sonovi due traverse, l' una verticale, e l' altra orizzontale, ad oggetto di poter comodamente maneggiare l' istrumento. Evvi di vantaggio nel centro B dell' istrumenso, uno specchio RM, perpendicolare al piano dell' ottante. Un' altro specchio KF perpendicolare come il primo al piano dell' istrumento, e perfettamente parallelo al primo specchio, è posto al lato BX, e propriamente in Q: E' d' avvertire, che siccome il primo specchio RM è intieramente di riflessione, il secondo è metà di riflessione, e metà trasparente. Fig. 33.

§. 224. L'asse GQ del piccolo cannocchiale Gp è nella direzione di quella linea, che divide del secondo specchio, la parte amalgamata dalla trasparente. Sopra il lato BZ, si adatta un raggio mobile, girevole intorno al

centro B, sopra cui è posto il primo specchio, in guisa che girando il raggio suddetto, si viene a muovere lo specchio intorno al punto B. L'estremità del raggio girevole D, è largo di quanto è ciascheduna parte dell' arco XZ, cioè di un mezzo grado: ed è divisa in dieci parti eguali, per designare le parti decime de' gradi. E finalmente fa vuopo avvertire, che lo specchio RM allora è parallelo allo specchio KF, quando il raggio BD è sopra il segno zero dell'arco graduato XZ.

§. 225. In questa guisa disposti i due specchi, si comprenderà agevolmente, che qualora si applichi l'occhio in p, un oggetto sito sopra l'orizzonte, in tempo che il cannocchiale è orizzontale, si vedrà direttamente per il raggio orizzontale QG, che passa per la parte non amalgamata dello specchio; e si vedrà ancora per il raggio AB, riflesso per BQ, e poi per QG: ed è perciò indifferente, che l'oggetto sopra l'orizzonte si guardi per il raggio diretto QG, o per il raggio AB, parallelo al primo, riflesso in B, e poi in Q, per la ragione del parallelismo degli specchi, e de' raggi AB, QG (§.)

§. 226.

§. 226. L'uso intanto dell'istrumento è il seguente. Fingiamo che voglia sapersi di quanto un'astro sia elevato sopra l'orizzonte. Si prende l'istrumento, ed applicando la mano destra alla traversa sotto del punto y, si situa in maniera, che il piano del medesimo sia nella direzione del centro dell'astro, che si vuole osservare. Indi si applica l'occhio al cannocchiale in p, rivolgendolo nella direzione dell'astro, e colla sinistra si volge il raggio girevole da Z in X, e vedrassi così che l'astro A discende mano mano, sin a che il suo centro si trova nell'orizzonte. In questo momento tenendo tutto fermo, si vede quanti gradi sono segnati tra Z, e D; e supposto, che sieno dieci gradi, si dirà, che l'astro sia elevato di 10 gradi. Fig. 32.

§. 227. Tutto ciò si comprenda da ciocche abbia premesso ( ); imperciocchè girando il raggio di un mezzo grado, girerà ancora lo specchio RM di mezzo grado, e quindi l'angolo ABQ si renderà minore del doppio, cioè di un'intiero grado; e ciò è quanto dire, che il raggio AB, proviene da un oggetto, elevato al disopra l'orizzonte di un gra-

do. Ed ecco la ragione per cui sebbene le divisioni dell' arco XZ sieno di mezzo grado, esse tuttavia si contano per gradi intieri. Così qualora la linda fosse girata per 10 mezzi gradi, sarebbe l' oggetto sopra l' orizzonte di gradi 10. Adunque il raggio AB proveniente dall' astro A, elevato di 10 gradi, riflettendosi in B, e poi in Q, entrerà per il cannocchiale, e quindi nell' occhio nella direzione orizzontale QG, e perciò sembrerà sull' orizzonte. Le divisioni dell' arco XZ sono 90, per la ragione, che un astro non può essere elevato sull' orizzonte più di 90 gradi.

§. 228. Nondimeno è d' avvertirsi, che bisogna corriggere l' altezza del livello del mare, la parallassi, e la rifrazione della luce: ciocchè si farà coll' ajuto delle tavole a tal uopo costruite.

§. 229. Il *Sestante* è conformato nell' istessa guisa: il solo divario si è, che l' arco graduato XZ è la sesta parte dell' intiera sua circonferenza, per cui dicesi *sestante*. La descrizione di un altro istrumento che serve all' istess' uopo, chiamato *circolo* di riflessione, inventato dal Cavalier Borda, lo tralasciamo per brevità.

§. 230.

§. 230. L'uso del *Quadrante*, e dell' *ottante* non è solamente per le osservazioni celesti, ma bensì ancora per le terrestri. In effetti, se si voglia sapere p. e. dagli assedianti di una piazza AFB, la misura della dilei altezza verticale AB, e la distanza della medesima, fingiamo, che il suo fossato si estenda sino al punto K, e che l'inimico possa accostarsi sino ad L, senza essere offeso; si Fig. 34. prenderà primo il semicerchio graduato applicandosi in G: indi si traguarderà l'estremo A della piazza colla linda mobile GR; l'arco intercetto RI darà la misura dell'angolo AGB. Ciò posto, si facci avanti l'inimico (cioè si porti il quadrante, o il cerchio graduato in L), e da questo punto traguardi ancora l'estremo A, ed avrassi la misura dell' angolo ALB, mercè dell'arco fQ; ed in conseguenza riuscirà noto il suo supplemento ALG. Quindi nel triangolo ALG avendo tre cose note, cioè il lato LG, e gli angoli in G, ed L, potrassi sapere AL con questa proporzione: il seno dell'angolo LAG (il quale è noto; per essere noti gli angoli in G, ed L), sta al lato LG; come il seno dell'angolo AGL

ad AL. Ed avendo nel triangolo ABL, noto l'angolo ALB, e l'angolo ABL come retto a cagion dell' altezza verticale della torre; come ancora l'ipotenusa AL, e l'angolo BAL, qual complimento dell'angolo ALB, avransi note AB; BL: imperciocchè per ritrovare la prima si farà la seguente proporzione.

R: AL = Sen. ALB: AB, ch' è l' altezza verticale della torre,

E per la seconda:

R: AL = Sen. BAL: BL distanza dell'inimico in L, dall' altezza verticale AB.

Quanto questa regola possa servire di utilità all' attacco delle fortezze, si concepisce di leggieri.

CAP. XIV.

Problema

Metodo per determinare la linea meridiana.

§. 231. I metodi sono molti varj, e noi n' esporremo uno tra questi. Si metta nel luogo, ove si voglia determinare la meridiana una

una pietra di lavagna, ben liscia, ed appianata; ed in sito perfettamente orizzontale; ciocchè potrassi ottenere col seguente metodo.

§. 232. I. Prendasi il triangolo isoscele di legno AMB; sia LG una traversa parallela alla base AB, in guisacchè costituisca un' altro triangolo isoscele LMG; divisa questa in parti eguali in R. Scenda un filo a piombo da M, mediante il pezzetto di piombo, o altro O. La base AB di codesto triangolo si adatti sopra la pietra di lavagna; con cambiare questa di sito, finchè il filo suddetto a piombo, cada nella mettà di LG, cioè nel punto R. Si fissi in questo momento la pietra, mentre così rattroverassi essa giusto in sito orizzontale. E se ne comprende di leggieri la ragione, imperciocchè i due triangoli MLR, MGR hanno per ipotesi ML=MG, LR=RG, ed MR comune, perciò l'angolo MRL=MRG; ond' è che il filo MR cade a perpendicolo ad LG; e per conseguenza sarà eziandio perpendicolare alla sua parallela, cioè alla pietra di lavagna. Ora i corpi cascano per la direzione perpendicolare all'orizzonte dunque la lavagna è perfettamente orizzontale. Fig. 35.

§. 233. Ottenuto un piano orizzontale, mediante la lavagna, s'inalzi sopra di essa un stilo di ferro MO, detto gnomone; indi nei
Fig. 36 tempi de' solstizj si guardi alcune ore prima di mezzo giorno (p. e. tre ore prima), dove finisce l'ombra dello gnomone. Fingiamo che il sole si rattrovi in R, e che l'ombra OA dello gnomone MO finisca in A, Finalmente con il centro O, e l'intervallo OA si descriva l'arco circolare AS.

§. 234. Si comprende agevolmente che quanto più è vicina l'ora del mezzo giorno, tanto maggiormente il Sole si eleva verso B, e quindi l'ombra si farà più breve, finchè l'estremo A dell'ombra caschi nell'arco AS, come Oa; ed arrivato finalmente il Sole nel meridiano, l'ombra sarà la più breve: e passato poi egli il meridiano suddetto, e deprimendosi sull'orizzonte dalla parte opposta, anderà nuovamente crescendo l'ombra dello gnomone. Si osservi intanto dopo il mezzo giorno, allorchè l'estremità dell'ombra cade di bel nuovo nell'arco AS; e giunta ch'ella sia, si segni il punto S, con dividersi l'arco AS in due parti eguali nel punto L: si congiungo-

gono, O ed L, e sarà appunto OL la *linea meridiana*, in modo da essere sicuri, che in ogni tempo dell' anno, qualora l' ombra dello gnomone cada in OL, sia sempre l' ora del mezzo giorno.

§. 235. Imperciocchè il Sole tre ore prima, e tre ore dopo il mezzo giorno è egualmente discosto dal meridiano; quindi l' ombre saranno eguali. Quando poi s' attende che l' ombra tre ore dopo il mezzogiorno, cada nell' arco AS; e si divide questo in due parti eguali, val lo stesso, che dividere l' arco celeste RBQ in due parti eguali; oppure in altri termini val lo stesso che dividere l' arco celeste, compreso tra il punto R, dove si trova il Sole tre ore prima il mezzo giorno, ed il punto Q, dove si trova tre ore dopo il mezzo giorno, in due parti uguali nel punto B, e perciò questo appartiene al meridiano.

AVVERTIMENTO.

§. 236. La linea meridiana potrebbe servire ancora per formare una rosa dei 32 venti, o almeno dei principali. Imperciocchè, elevando una verticale sopra la meridiana, avrassi nell'

nell' estremità l' Est e l' Ovest nel momento che la direzione della meridiana darà il vento Nord, e Sud. Indi dividendo i quadranti in due parti eguali, avransi i venti collaterali; e continuando a dividere sempre in parti eguali s' avranno i mezzi venti, ed i quarti de' venti, siccome esporremo a suo luogo con più preciso dettaglio. Descritta in questa guisa la rosa de' venti, e situando nel centro di essa un' asta venticale, con una bandaruola movibile, si riconoscerà dalla direzione della medesima, che il vento spira dalla parte opposta; e così potrassi sapere la specie de' venti.

CAP. XV.

Prenozioni per alcune Teorie, che sieguono.

AFfine di renderci sempre più intelligili presso la studiosa gioventù, e principalmente per coloro, che hanno lasciato le scienze di preparazione alla Fisica, premettiamo perciò le seguenti cose.

DEFINIZIONI.

DEF. I.

§. 237. Sia dato il semicircolo RKS, il dicui centro sia A. Sia dippiù l'angolo acuto LAS, Se dall'estremità L del lato AL si abbassi LB perpendicolare all'altro lato AS, questo dicesi *seno retto* dell'angolo LAS, come anche dell'arco LS, che lo misura. Fig. 62.

DEF. II.

§. 238. La linea BS compresa tra il seno LB, e il punto S estremo del raggio, dicesi *seno verso* dell'angolo LAS.

DEF. III.

§. 239. L'angolo KAL, che unito all'angolo dato LAS, constituisce l'angolo retto KAS, dicesi *complemento* del medesimo angolo LAS, cioè sarà KAL complemento all'angolo LAS; perciò un'angolo di 30 gradi è complemento all'angolo di 60.

DEF. IV.

§. 240. Formando la somma degl'angoli LAS, LAR due retti, perciò l'angolo LAR dicesi *supplemento* all'angolo LAS.

DEF. V.

§. 241. Se dal punto L si abbassi LQ per-

pen-

pendicolare alla retta AK, questa sarà seno dell' angolo KAL (def. I.), ch'è complemento all'angolo LAS; questo stesso seno dicesi *coseno* rispetto all'angolo LAS; quindi il seno di un arco è coseno del suo complemento.

DEF. VI.

§. 242. Il seno dell'angolo retto KAS è l'istesso raggio AK; e perchè il seno dell'angolo retto è il maggiore di tutt'i seni, perciò dicesi *seno tutto*, *seno massimo*, *o raggio*.

AVVERTIMENTO.

§. 243. E' d'avvertire, che il seno dell'angolo ottuso LAR, è l'istesso, che il seno dell'angolo LAS, supplemento al primo, perciò LB sarà seno tanto dell'LAS, che dell'angolo LAR. Sogliono i Geometri dividere il seno tutto in centomila parti, ed alcuni in dieci milioni di parti. Gl'altri seni poi li rapportono sempre al seno tutto, vedendo cioè quante parti di questo seno tutto contiene il seno dato. Quindi si sono construite delle tavole de seni, coseni, tangenti e. c. Si trovano in esse tavole gli angoli tutti principiando da uno di un minuto secondo sino al retto. Perciò all'angolo dato di tanti gradi, minuti pri-

primi, e secondi si trovano a fianco i seni, coseni, seni versi e. c. che gli corrispondono.

AVVERTIMENTO II.

§. 244. In ogni triangolo vi sono a considerare tre angoli, e tre lati. Ora è da sapersi, esser dimostrato in Trigonometria, che date tre di queste cose si ritrovano l'altre tre; cioè dati due lati, e un' angolo si trovano l'altro lato, e l'altri due angoli; o pure dati due angoli, e un lato si ritrovano l'altr' angolo, e l'altri due lati. Ciò si fa nella seguente maniera, sia, per esempio, il triangolo ABG, del quale il lato AB sia noto, e il suo angolo opposto in G, è dippiù l'angolo in B; si ritrova quindi il lato AG nella seguente proporzione, cioè. Fig. 63.

§. 245. Il seno dell'angolo G al seno dell' angolo B come il lato AB al quarto proporzionale, che sarà il lato AG. Ciò dipende da una dimostrazione in Trigonometria, che i lati sono nella ragione de seni degl' opposti a detti lati.

§. 246. Per ritrovare il quarto proporzionale si dovrebbe moltiplicare il secondo termine per il terzo, ed il prodotto dividerlo

per

per il primo, come si sa dalla regola aurea; ma poicchè i seni si dividono in molte parti, sarebbe malagevole moltiplicare, e dividere numeri costanti di molte note; perciò si sono inventati i logaritmi, quali hanno due proprietà interessanti a questo proposito, cioè che la loro somma conrisponde alla moltiplica de numéri naturali, e la sottrazione alla divisione. Essendo dunque molto più commodo, per evitare gli sbagli, sommare, e sottrarre, che moltiplicare, e dividere; ecco perchè, per tali operazioni, si servono i Trigonometristi delle Tavole de' Logaritmi a bella posta inventate. Ciò serva per intelligenza di alcune cose, che sparsamente s'incontraranno nella presente instituzione.

CAP. XVI.

Dell' Angolo della Parallasse.

§. 247. Sia ARZ la nostra terra, il dicui centro è il punto O. Sia dippiù IKNMPF il Cielo stellato, ed L un astro, supponiamo Marte, o Giove. Fig 37.

§. 248.

§. 248. E chiaro, che guardando l'astro dal centro della terra per mezzo del raggio visuale OL, allora il medesimo si riferisce nel punto K del Cielo, o sia si riferisce alla stella fissa K. Il medesimo astro poi guardandolo dal punto A della spperficie della Terra, per mezzo del raggio visuale AL, si osserverà in M.

§. 249. Ora l'angolo ALO fatto da i due raggi visuali OL, AL, dicesi *angolo parallattico* dell'astro L.

§. 250. Essendo l'angolo ALO=KLM come al vertice, perciò l'angolo KLM si potrà ancora chiamare angolo parallattico.

AVVERTIMENTO.

§. 251. L'angolo parallatico ALO è misurato, senza errore sensibile, dall'arco KM, ch'è uguale all'arco IM—IK; imperocchè l'angolo IAM, com'esterno del triangolo ALO è uguale agli angoli ALO+AOL; cioè avremo la seguente equazione IAM=ALO+AOL, e traspostando AOL dell'altra parte dell'equazione avremo ALO=IAM—AOL. Ora l'angolo IAM sebbene non al centro, pure per essere il semdiametro AO della terra piccio-

lis-

lissimo riguardo all'immenza distanza degli astri, senza errore sensibile, adunque, il medesimo angolo IAM si potrà considerare in O, qual' angolo è misurato dall' arco IM. Ma l' angolo AOL, o sia IOK è misurato dall' arco IK, perciò l' angolo ALO essendo uguale all' angolo IAM— AOL, sarà misurato da IM— IK=KM.

TEOREMA I.

§. 252. *L' angolo parallattico è tanto maggiore, quant' è minore la distanza dell' astro: al contrario, è tanto minore, quant' è maggiore la sua distanza; ch' è quanto a dire che l' angolo parallattico è nella ragion inversa della distanza.*

DIMOSTRAZIONE.

§. 253. Supponiamo, che l' astro sia in L, sarà ALO l' angolo parallattico. Or ciò posto fingiamo di vantaggio, che un' altro astro sia in G, cioè ad una maggior distanza dalla terra, sarà in tal caso AGO, l'angolo parallattico. E siccome nel triangolo ALG, a cagion del lato GL prodotto in O, l' angolo esterno ALO, e maggiore dell' interno opposto AGO; sarà quindi l' angolo parallattico di un' astro a minor distanza, maggiore dell' angolo paral-

rallattico a maggior distanza ; o in altri termini : l'angolo parallattico è nella ragione inversa della distanza . Ciocchè ec.

TEOREMA II.

§. 254. *L'angolo parallattico si rende minore a misura, che l'astro s'avvicina al Zenit.*

DIMOSTRAZIONE .

§. 255. Fingasi che l'astro sia all'orizzonte sensibile, e propriamente nel punto B, sarà allora l'angolo parallattico ABO : passi in seguito l' astro suddetto , mercè del moto giornaliero , nel punto in G , cioè più vicino al Zenit I , in questo caso il suo angolo parallattico sarà AGO. Or egli è chiaro, che passando l' astro da B in G , il triangolo ABO, si disporrà nel triangolo AGO , a cui accrescendosi l'angolo GAO , in rispetto all' angolo BAO , necessariamente dovransi minorare gli angoli AGO , ed AOG , per essere sempre la somma degl' angoli di un triangolo, eguali a due retti : ond' è che l'angolo parallattico in G , è minore dell'angolo parallatico in B .

§. 256. In simil maniera potrassi dimostrare , che l' angolo parallattico si vada sempre-

più minorando, a proporzione, che l'astro s'avvicini al Zenit. Ciocchè ec.

COROLLARIO I.

§. 257. Quindi ne siegue che l'angolo parallattico all'orizzonte è il massimo, e quello al zenit è zero. Difatti egli è indifferente, che l'astro si guardi dal centro della terra O, oppure dal punto A della superficie della stessa, allora quando l'astro si trova al zenit, giacchè sempre si riferisce al punto I.

COROLLARIO II.

§. 258. Guardando dunque un'astro al zenit dalla superficie della Terra, è come se si guardasse dal centro della stessa.

TEOREMA III.

§. 259. *L'angolo parallattico orizzontale, sta all'angolo parallattico, allorchè l'astro è elevato all'orizzonte medesimo, come il raggio, al seno della distanza del zenit.*

DIMOSTRAZIONE.

§. 260. Nel triangolo rettangolo ABO hassi, la seguente proporzione (Caravelli Trigonometria piana Cap. IV. Teor. V e VI) cioè

BO : AO = R : *sen.* ABO. E nel triangolo AGO GO:

GO : AO = *sen.* G AO : *esn.* AGO .

Ma seno GAO = seno GAQ , come suo supplimento (§. 243.); dunque sarà da una parte

BO: AO = R *sen.* ABO

e dall'altra parte

GO : AO = *sen.* GAQ : *sen.* AGO.

Ora le ragioni eguali ad una terza sono eguali tra diloro; dunque sarà R. *sen.* ABO = *sen* GAQ: *sen.* AGO

e invertendo, sarà:

Sen: ABO: R = *sen.* AGO *sen.* GAQ

E permutando:

Sen. ABO : *sen.* AGO = R : *sen.* GAQ ,

dunque sarà l'angolo parallattico orizzontale ABO, al parallattico AGO, allora quando l'astro si trova sopra dell'orizzonte, come il raggio al seno dell'angolo GAQ , che vien misurato dall'arco GQ, o sia KL ch'è la distanza dal zenit. Ciocchè ec.

AVVERTIMENTO.

§. 261. L'angolo GAQ è misurato dall'arco GQ sebbene non sia angolo al centro O ; imperciocchè essendo il semidiamento della Terra molto picciolo in riguardo alla gran distanza degli astri, si può considerare l'an-

minore; in guisacchè giunto finalmente l'astro al zenit, sarà nullo il suo complimento. Altronde essendo il raggio, il seno massimo, risulta quindi di nuovo, ciocchè si è detto (§. 257) cioè che l'angolo parallattico orizzontale sia il massimo, e che giunto l'astro al vertice, l'angolo parallattico istesso divien nullo.

AVVERTIMENTO II.

§. 265. Sappiasi che il riferire un'astro ad un punto del Cielo, vale lo stesso, che il vedere a quale stella fissa corrisponda.

COROLLARIO IV.

§. 266. La parallassi di un'astro fa sì che esso si osservi sempre meno elevato dal orizzonte, di quello che n'è realmente; imperciocchè osservandosi un astro in G, da A, si vede la sua altezza esser misurata dall'arco NF, nel mentre che la sua reale altezza è KF, se si potesse osservare dal centro della terra.

Metodo per determinare l' angolo parallattico.

AVVERTIMENTO I.

§. 267. Affinchè si proceda con chiarezza nel determinare l'angolo parallattico, biso-

è minore di 360° di 15°, giusto conrispondente alla differenza di un ora. Ma siccome osservata nell' istess' ora dall' osservatore in A, si trova discosta dal Zenit di 15°, e 50'; dunque la differenza sarà di 50'; perciò l' angolo parallattico sarà di 50'.

§. 268. Evvi un altro metodo per determinare l' angolo parallattico, e questo consiste alloraquando due osservatori posti in luoghi lontanissimi, uno de quali osserva un astro sù del suo zenit, e l' altro lo vede nascere nel suo orizzonte; questo per altro è un caso rarissimo. Sia dunque MGK la nostra terra, il di cui centro è O. Siano poi due osservatori uno in G, e l' altro in R, discosti quasi del quadrante MG. Si supponga dippiù, che nel medesimo tempo, che lo spettatore in G guarda l' astro in P nel suo orizzonte GP, l' altr' osservatore in R lo guarda nel suo zenit P, ed allora è come se lo guardasse dal centro della Terra in O. Perciò GPO sarà l' angolo parallattico dell' astro in P. Ora è cosa facile rinvenire di quanti gradi sia l' angolo GPO. Imperrocchè essendo GM un guadrante sarà la tungente GP, Fig. 38.

ch'è la direzione dell'orizzonte sensibile, e il raggio OM perpendicolari ambidue al raggio OG, e perciò GP è parallela ad OM, intersecate queste da PO, saranno dunque gl' angoli alterni GPO, POM uguali; ma l' angolo POM è misurato dall'arco RM complemento al arco GR, distanza de due osservatori, dunque ancora l'arco RM misurerà l' angolo parallattico dell'astro in P. Sapendosi adunque la distanza in latitudine de due osservatori, e prendendo il complemento di questa, darà la misura dell'angolo parallattico.

PROBLEMA

§. 269. *Determinare la distanza di un' astro per mezzo dell' angolo parallattico.*

SOLUZIONE

Fingiamo che si voglia trovare la distanza dell'astro G dal centro O della Terra.

Nel triangolo AGO, che dicesi parallattico sono tre cose note, cioè l'angolo GAO, (che si determina con il semicerchio graduato, e con il suo filo a piombo), l'angolo parallattico AGO (prec.), ed il semidiametro AO della Terra. Dunque col calcolo trigonome-

tri-

trico, ri renderà noto OG, colla seguente proporzione (§. 245.)

Seno AGO *Sen.* GAO = AO : GO, ch'è la distanza dell' astro G, dal centro della Terra. Ciocchè dovea farsi.

AVVERTIMENTO I.

§. 270. Con simile metodo si sono rattrovate le distanze rispettive de' pianeti dal centro della Terra; metodo veramente per quanto sicuro, altrettanto utile, e sorprendente. Chi mai avrebbe creduto, che l'uomo avesse potuto giugnere a misurare la determinata distanza degl' astri, che il solo progetto anche al presente, si crede un sogno dal volgo! Egl' intanto è pervenuto ad una sì sublime cognizione; la quale lungi da farlo insuperbire, dovrebbe piuttosto fargli umiliar la testa alla Grandezza, ed Onnipotenza del Divin Fattore. E saravvi mai chi, considerando la vastità di quest' universo, possa non restarne sorpreso! Considerando l' angolo parallattico delle stelle fisse infinitamente picciolo, si comprende l' immensa distanza delle medesime. Munschenbroek calcola, che la stella *Sirio* è tanto lontana da noi, che una pal-

palla di cannone, spiccata dalla stessa, ci perverrebbe dopo 104mila 166 milioni 666 mila 636 di anni: eppure la stella *Sirio* non è la più distante. Una sfera dunque che avesse un raggio così grande, non ci presenterebbe, che un' idea molto di gran lunga inferiore alla vera, della grandezza dell' universo! Uomo, confonditi, abassa la cervice, ed apprendi a venerare con ogni senso di culto, ed omaggio un Dio Creatore così possente.

CAP. XVII.

Delle tre Ipotesi del Mondo. Prima Ipotesi di Tolomeo.

Osservazione.

§. 271. SE in una notte serena si guardi il Cielo, si vedrà che gli astri si sollevano dall' orizzonte; passano per il meridiano, e si abassano finalmente verso l' occidente. Questa semplice, e sensibile ispezione fa giurare al volgo, che il Cielo si muova dall' oriencen-

ente all' occidente, nell' atto che noi abitanti della Terra, stiamo immobili nel centro dell' Universo.

AVVERTIMENTO I.

§. 272. Tolomeo celebre Astronomo non pensò diversamente. Egli dunque suppose che la Terra occupasse il centro dell' Universo; e che quindi seguisse la Luna, Venere, Mercurio, il Sole, Marte, Giove, e Saturno. Fig. 19. Dopo questo pianeta, immaginò un Cielo solido, ove erano conficcate le stelle fisse; e quindi due altri Cieli cristallini. E finalmente l' ultimo Cielo, che veniva da lui detto il primo Cielo mobile, che aggirandosi intorno a se stesso da Oriente in Occidente nello spazio di 24 ore, traeva seco tutti gli altri Cieli col moto diurno; per cui, diceva egli, tutti gli astri si vedono girare da Oriente all' Occidente; e pervenire di nuovo all' Oriente. Nel medesimo tempo, secondo questo Astronomo, i pianeti col di loro moto proprio, girando da Occidente all'Oriente, descriveranno le rispettive orbite in diversi tempi, secondo la diversa distanza dalla Terra;

§. 273. Ora sebene questo sistema sembri il più naturale, perchè conforme alla giornaliera osservazione, ed adattabile alla capacità del volgo, pur tuttavia esso non è abbracciato da moderni Filosofi, per la ragione che non spiega i fenomeni celesti, come avremo occasione di osservare in seguito.

Seconda Ipotesi di Copernico.

§. 274. Nicolò Copernico, Canonico di Vormia, che visse nel secolo XVI., volle rinnovare l'ipotesi del moto della Terra, immaginato per altro da Filosofi molto anteriore a lui, come confessa egli stesso nella prefazione del suo libro: *De revolutionibus orbium*, stampata a Norimberg nell'anno 1543. Quivi egli adduce l'autorità di vari scrittori, come di Diogene Laerzio, di Niceta di Siracusa, di Eraclito, di Archimede, Anassimandro, Aristarco, Samo, ed altri. Questa ipotesi, ancorchè adombrata già, come abbiam detto dagli antichi, pure porta il nome d'ipotesi Copernicana, perchè dimenticata affatto, e rinata sotto gli auspicj di questo celebre Astronomo. Aggiungasi, che presso gli antichi questa ipotesi era una semplice conghiettu-

tura, laddove al presente dietro i calcoli astronomici del medesimo Corpernico, altre accurate osservazioni, e la teoria delle forze centrali, si è abbracciata da i moderni, come da Newton, Keplero, Galileo, De la Lande, ed altri insigni filosofi.

§. 275. L'ipotesi adunque è la seguente: Il Sole occupa il centro di tutto il sistema planetario. Il pianeta più prossimo al Sole è Fig. 40. *Mercurio*: indi sieguono *Venere*, la *Terra* colla *Luna*, *Marte*, *Giove*, e *Saturno*. Le distanze rispettive di questi pianeti dal Sole sono nella ragione di questi numeri: 4, 7, 10, 52, 95, ciascuna unita però, vale più di tre milioni di leghe (che costano miglia tre italiane l'una) come risulta dai calcoli del Signor de la Lande: ond'è che *Mercurio* sarà lontano dal Sole per miglia 36000000, *Venere* per miglia 63000000; e così degli altri.

§. 276. Dopo l'ultime scoperte del valoroso Herschel, noi contiamo un altro pianeta nel nostro sistema planetario. Desso è chiamato Herschel, dal nome stesso del suo insigne scovritore, ed ancora *pianeta* Giorgiano, (in onore di Giorgio III. Re della Gran Bettagna), ed *Urano*.

§. 277.

§. 277. Oltre di questi pianeti, che dicon-si *primarj*, ve ne sono degli altri, detti a differenza de' primi, *secondarj*; i quali descrivono le orbite intorno a' loro *primarj*. Giove ne ha quattro, scoverti già dall' immortale Galileo. Saturno ne ha sette: cinque scoverte da Eugenio, e dal *Cassini*, e due dal testè lodato Herschel, e due finalmente ne ha l' istesso Herschel. Sarà tuttocciò agevole rilevarsi dall' ispezione della figura 40.

§. 278. Sonvi alcuni altri *corpi celesti*, e che si possono considerare come altrettanti *pianeti*; che attenta la massima loro eccentricità, non sono sempre visibili. Dessi sono stati appellati col nome di *Comete*; delle quali, calcolati che si sono i tempi periodici, si giunge a predire esattamente la novella di loro apparizione. Alcune di queste Comete si presentano con un corpo adiacente, rassomigliante una coda, ond' è che sono state appellate *Caudate*: altre hanno una chioma, per cui si chiamano *Crinite*: e finalmente alcune si chiamano *barbute*, perchè hanno una specie di barba. Si potranno ravvisare nella fig. 40, in dove si osservano le

lo-

loro orbite, ed alcuni numeri indicanti gl'anni ne quali un' istessa cometa è apparsa.

§. 279. La coda, la chioma, e la barba delle comete appariscono a guisa di una luce languida, e quasi smorita. Ve ne sono state alcune, che sono apparse nè con coda, nè con barba, nè con chioma, ma sì bene cinte di un' atmosfera di luce languida, e quasi spenta. Quindi ragionevolmente opinano alcuni, che parecchie comete, sieno sfuggite dalla osservazione; ond'è che molte di esse non sieno state registrate dagli scrittori. E quantunque egli sia affatto incerto il numero delle comete, anche quello delle comparse, tuttavia il Riccioli, come riferisce Geronimo de la Lande, ne ha numerate 154, mercè della storia degli Scrittori; l'ultima delle quali fu quella, che apparve nell' anno 1618. Pignè nella sua *Cometografia* ne ha numerato 380, sin' all' anno 1784; ed alcuni altri Autori sono giunti a numerarne sino a 700.

§. 280. Non mancano delle osservazioni, per le quali si è conosciuto che certe comete sieno state l' istesse, apparse in tempi lontanissimi. Di fatti, vogliono concordemente

gli

gli Astronomi, che quella comparsa nel 1456, 1531, 1607, 1682, 1759, sia stata una sola, e la medesima. Monsieur de la Lande medesimo pretende, che la cometa apparsa nel 1532, sia ricomparsa nel 1661; come ancora, che quella del 1264, sia ricomparsa nel 1556, cioè dopo anni 292. Ed evvino ancora degli esempj dell' apparizione di più d'una cometa nell' istesso tempo: così il Riccioli, in una sua memoria stampata nel 1760 all' Accademia, rapporta che ad 11. di Febrajo dello stesso anno, ne apparvero due. Intanto quel ch' è sicuro, che il più lungo tempo della durata delle apparizioni è stato di mesi sei.

§. 281. La gran differenza, che passa tra le Comete, ed i Pianeti si è, che questi con moto proprio caminano costantemente da Occidente, in Oriente; laddove le prime indifferentemente vanno da Oriente in Occidente, e da Occidente in Oriente: più, che i pianeti non escono giammai dalla fascia dello zodiaco, e le comete si sono vedute al di fuori del medesimo; anzi alcune volte caminano per una direzione verticale all' ecclittica.

§. 282. Varie sono le oppinioni intorno alle comete: quella di Newton è la più probabile, e che noi adottiamo volentieri, cioè, ch' esse sieno stati pianeti d' una massima escentricità.

§. 283. LKGQ la curva d' una cometa, di natura parabolica, m' accostandosi molto all' ellittica. In M sia il Sole, cioè nell' umbilico della curva; sia LG il massimo diametro, O il centro della medesima. La distanza MO dicesi escentricità. Or se mai questa distanza è immensa, dicesi la curva d' una massima escentricità. Fig. 42.

§. 284. Le comete dunque, al pari de' pianeti, aggirandosi intorno al Sole in M, ed essendo ancor esse corpi opachi, qualora sono nelle vicinanze del perielio in L, sono visibili; per poco che se ne discostano, non possono più trasmettere i raggi a noi, per cui si rendono invisibili: e perchè l' orbita è grande, perciò ritardano per molti anni a ricomparire. De la Lande ha dimostrato, che ritrovandosi una cometa nel perielio della sua curva parabolica ad egual distanza dal Sole di quello che sia la terra dal medesimo; è la

forza centripeta della Cometa a quella della Terra (colle quali sono attratte dal Sole), come la radice quadrata di 2 a 1 . Copernico crede , che oltre i descritti astri , che sono nel nostro sistema planetario , il di cui centro è il Sole giusta il suo pensiero , ve ne sieno infiniti altri , come in effetti ve ne sono , posti a distanze immense , creduti da' moderni altrettanti soli , e per conseguenza altrettanti centri d' infiniti sistemi planetarj (a). Dessi sono chiamati *Stelle* fisse a cagion che conservano sempre la medesima distanza fra di loro , e costituiscono degli *asterismi* , o sieno *costellazioni* ; tutt' al contrario de' pianeti, si muovono essi, e non conservano fra di loro l'istessa distanza , per cui sono stati denominati stelle erranti. Queste stelle fisse poi sono di divers' ordine ; ed appariscono grandi , e luminose più , o meno , a misura che sono più , o meno distanti . Ve ne sono , a tal distanza situate , da non potersi scovrire ad occhio nudo ; e che per osservarle v' è bisogno del Telescopio : tali sono quelle infinite stelle fisse , che co-

sti-

(a) Quest' opinione per altro non è , che una semplice congettura .

stituiscono *la via lattea*. E veramente in rapporto di questa *via lattea*, fa un quadro il più dilettevole, il vedere infiniti gruppi di picciolissime stelle lucide, e risplendenti; le quali non sono in realtà, che di mole immensa, e lontanissime fra di loro. Grande Iddio! La tua potenza è ammirabile in tutto, e da per tutto.

§. 285. Tre moti ha la terra, secondo questa ipotesi; l'uno intorno all'asse nello spazio di 24 ore, che dicesi moto diurno, l'altro per la sua orbita, come tutti gli altri pianeti nello spazio di un anno, e che dicesi moto annuo; e il terzo finalmente si chiama moto di parallelismo, a cagion che l'asse della Terra si trova, e si dispone sempre nel sito, in cui è parallelo a se stesso, in qualunque punto si trovi la Terra stessa. Il primo moto cagiona la differenza del giorno, e della notte; il secondo la differenza delle *stagioni*; e il terzo finalmente ci mantiene la costante relazione delle parti della Terra con quelle del Cielo, ossia collestelle fisse e tutto ciò, secondo il pensiero de Copernicani.

§. 286. Il Sole intanto facendo una picciolissima orbita, insensibile rispetto ai pianeti,

si trova nel centro del suddetto sistema; aggirandosi intorno ad esso, non solamente la *Terra*, ma sibene i *pianeti* tutti, egualmente che i *pianeti secondarj* intorno a loro primarj.

§. 287. Questa è appunto l'ipotesi di Copernico, ch' è da moderni Filosofi abbracciata, e difesa. Premesse che avremo alcune cose, da servir di lume al soggetto, ci ritorneremo, con esporre tutte le ragioni, che si adducano a suo favore (a).

Ipotesi di Ticone Brahè.

§. 288. Credette Brahè poter riconciliare i due sistemi di Tolomeo, e di Copernico con immaginarne un terzo. Egli scrisse il suo libro inscritto: *Tyconis Brahè Dani de mundi Ætherei recentioribus phænomenis*, nel quale espose il suo sistema nel modo che siegue. Immagina egli, che la terra fosse immobile; e che a lei d' intorno s' aggirasse la luna, ed il Sole: ciocchè combina col sistema di To-
Fig. 1. lomeo. S' aggirassero poi intorno del Sole, gli restanti pianeti con quest' ordine: Mercu-

(a) L' Ipotesi Copernicana in queste istituzioni si adotta per facilitare la spiegazione de' fenomeni celesti, riguardanti il moto de' Pianeti, giusta la facoltà concedu-ta dalla Sacra Congregazione dell' Inquisizione.

curio il primo, indi Venere, Marte, Giove Saturno; ed in questo combina col sistema Copernicano. In questo sistema adunque la Terra è il centro del Sole, e il Sole quello de' pianeti.

§. 289. Ticone s'indusse a formare questo sistema, mosso da queste considerazioni: I. perchè il moto della Terra era contrario a quanto dicono le sacre carte (delle quali per altro ci protestiamo di averne la massima riverenza, come dettate coll' assistenza dello Spirito Santo); II. perchè gli parve nel 1582 Marte, che allora trovavasi in opposizione con il Sole, più prossimo alla Terra, di quello che l'era il Sole medesimo: cosa manifestamente opposta al sistema di Tolomeo, giacchè essendo la Terra centro del sistema, Marte dovea essere sempre più distante da noi, che il Sole. Egli dunque salvò l'onore delle Sagre Carte uniformandosi con Tolomeo rispetto alla stabilità della Terra; e spiegò come mai Marte poteva essere più vicino a noi; che il Sole, stabilendo questo stesso per centro di tutti gli altri pianeti. Guardisi la fig. 41., e si persuaderà di tuttociò. Vaglia però l'amor della verità: Ticone s'immaginò assolutamente codesta maggior distan-

approssimazione cagiona alcuni fenomeni particolari, che noi incominciamo a spiegare.

§. 292. Sia in O il Sole immobile nel centro del sistema, RLBG l'orbita di Mercurio, o di Venere; sia Tdhm l'orbita della Terra, e DQXZYP una porzione dello zodiaco. Ecco cosa di particolare si osserva, in rapporto a pianeti testè citati: Primieramente essi non si trovano mai in opposizione col Sole; cioè che giammai *Mercurio*, o *Venere* nasce all'orizzonte, nel momento che il Sole tramonta; come si osserva nella Luna, e ne' pianeti superiori. In secondo luogo essi or si vedono andare secondo la direzione de' segni dello zodiaco; or ritornare per gli stessi; ed ora finalmente starsene quasi fermi. Terzo, che hanno due congiunzioni, l'una superiore, e l'altra inferiore. La spiegazione di codesti fenomeni sempre costanti, ed inalterabili è la seguente. Fig. 43.

§. 293. Supponiamo la Terra in T, e Mercurio in M, delle di loro rispettive orbite. Ora essendo il sito apparente de' pianeti giusta la direzione del raggio visuale, che dall'occhio dello spettatore, passando pel centro

del pianeta, s'intenda prolungato, finchè incontri una stella fissa; ne siegue, che in questa posizione tanto Mercurio in M, che il Sole in O appariranno in X, ch'è una delle stelle fisse di qualche segno dello zodiaco. In questa posizione adunque, dirassi Mercurio, e 'l Sole in *congiunzione*; e siccome Mercurio è sotto del Sole, perciò si chiamerà *congiunzione inferiore* di Mercurio. Qualora la Terra impiegasse molto più tempo di Mercurio nel descrivere l'orbita sua, giusta l'ipotesi Copernicana po remmo considerare la Terra istessa quasi ferma, rispetto a Mercurio.

§. 294. Passando intanto Mercurio da M, in G, cioè dall'Occidente, all'Oriente, si osserverà dallo spettatore della Terra in T, secondo la direzione del raggio visuale TG, prolungato in Y: ed in questo caso sembra d'essersi allontanato dal Sole dell' arco XY, il quale appunto dicesi *elongazione* dell' astro. E cóme passerà da G in B, si vedrà l'astro in P, così l'*elongazione* anderà crescendo. Or questo moto dell' astro da M, in B, facendo apparire l' astro medesimo successivamente se-

condo l'ordine dei segni dello zodiaco, cioè prima in *Ariete*, poi in *Toro* et. c., dirassi quindi questo moto, *diretto*, o in' *consequentia signorum*. Intanto l'astro continuando a seguire il suo moto per la sua orbita; e passando da B in A, apparirà nuovamente in Y, conoscendosi da ciò chiaramente, che quantunque egli continui a caminare per l'orbita sua, sembra pur tuttavia che ritorni in dietro; giacchè la sua *elongazione* sarà rappresentata dall'arco XY: e perciò questo moto dicesi *retrogrado*, o per *antecedentia signorum*. E così passando Mercurio, o Venere da A, in I, e da I, in L, sempre la sua *elongazione* si renderà minore, fin a che si nasconderà dietro il Sole in L; ed è ciò che appellasi *Congiunzione superiore*. E continuando sempre a passare da L in F si vedrà apparire in Q; quindi si vedrà in D, passando da F, in R: andando in questa maniera mano mano crescendo la sua elongazione, fin a che giunto in K, vedrassi in Q, e sembrerà, che di nuovo ritorni verso il Sole. Ma siccome allorquando si trova l'astro suddetto in B, o in R, sembra che non si accosti, nè si di-

scosti dal Sole, si dirà allora essere *stazionario*; e ciò proviene da che per essere sensibile l'accostamento, o allontanamento, bisogna che l'astro camini per molti gradi essendo in B, o in R.

COROLLARIO I.

§. 295. Supponendo in qualunque punto delle loro rispettive orbite la Terra, e Mercurio, i due raggi visuali TP, TD essendo tangenti all'orbita di Mercurio, sempre XP, o XD sarà la massima *elongazione*; e siccome questa massima *elongazione* non può giungere giammai a 180°, si comprende perchè Mercurio, o Venere non possonsi vedere mai in opposizione col Sole.

COROLLARIO II.

§. 296. Essendo l'arco RMB minore dell'arco BLR, s'impiegherà meno tempo a descrivere l'arco RMB, che l'arco BLR; onde è che il tempo che impiega Mercurio da una stazione all'altra, dalla parte della *congiunzione* inferiore, dev'essere minore del tempo da una stazione all'altra della *congiunzione* superiore. Ed ecco il perchè sembrano i pianeti inferiori, andare con massimo grado

di celerità allora quando si trovano verso la *congiunzione* inferiore; ed al contrario con minime celerità, quando si trovano verso la superiore.

Avvertimento I.

§. 297. Queste osservazioni celesti, sempremai fisse, e costanti, non si possono in niun conto spiegare, ammettendo l' ipotesi di Tolomeo. E che sia ciò vero, si supponga la Terra centro del sistema in T, Mercurio in P della sua orbita, ed il Sole in K, dovrebbesi in simil caso vedere Mercurio in opposizione col Sole; lo che è contrario alle osservazioni. All' incontro, secondo l' ipotesi di Copernico, o di Ticone, possonsi spiegare benissimo tali fenomeni. Fig. 44.

Avvertimento II.

§. 298. Quanto si è detto, è comune a Mercurio, ed a Venere; incominciereno adesso a parlare particolarmente di ciascheduno.

§. 299. Il più prossimo pianeta al Sole è Mercurio. Desso è $\frac{1}{17}$ del volume della Terra: il suo diametro è di 1166 leghe di Francia, di 3 miglia italiane ogn' una, per cui è di miglia 3498. Il diametro medesimo preso

in

in minuti è di sei minuti secondi in circa: La sua distanza dal Sole è di miglia 39, 809, 217, quella dalla Terra, è di miglia 103, 072, 440 in circa (a). Il tempo periodico della sua rivoluzione intorno al Sole è di giorni 87, ed ore 23, cioè di mesi 2, giorni 27, ed ore 23. Va egli quasi sempre congiunto al Sole, non potendosi da questo discostare di molto per le ragioni poco fa da noi addotte.

§. 300. Dopo Mercurio, siegue Venere. Il suo diametro è di miglia 8244 in circa: ed occupa sedici minuti secondi di grado. Il suo volume è di $\frac{1}{9}$. più picciola della Terra: il tempo, in cui descrive la sua orbita, è di mesi 7, giorni 14, ore 17. Desso ancora poco si discosta dal Sole, per cui ora precede l'orto del Sole, e chiamasi *Lucifero*; ed ora tramonta poco dopo tramontato il Sole, e chiamasi *Espero*. Questo è l'astro il più vago, e risplendente, che si offre a' nostri oc-

(a) Avvertasi, che queste distanze sono *le medie*, che si sono prese dalle Tavole di Gi.o'amo de la Lande, e che noi altro non abbiamo fatto, che convertirle in miglia italiane.

occhi per la sua vicinanza alla Terra. E' soggetto alle fasi come la luna, e tutti gli altri pianeti, per essere corpo opaco.

PARTE II.

Della Terra, e della Luna.

§. 301. Considerando la Terra un pianeta, secondo l'ipotesi Copernicana, è dessa soggetta a' moti. Ora tre moti si considerano nella Terra da Copernicani, de'quali ne spieghiamo la lor mente, cioè il moto intorno all'asse, che dicesi ancora *moto diurno*; il moto nell'orbita sua, ch'è l'*ecclittica*, e che dicesi moto annuo; e finalmente il moto del parallelismo del suo asse, per cui l'asse medesimo conserva una direzione sempre parallela a se stessa, in qualunque punto della orbita si trovi la Terra. Il primo moto ci produce la differenza de' giorni, e delle notti, come ancora l'apparenza del moto del Cielo; il secondo ci produce la variazione delle *stagioni*; ed il terzo finalmente fa si che le stelle fisse occupino l'istesso luogo, rispetto alla Terra.

§. 302. Incominciando dunque dal primo sia OFKR la Terra, e AQBG la volta del Cie-

Figs.

Cielo; siavi poi in F un' osservatore, e s'intenda dal punto F tirato un piano AB tangente alla Terra, ch' è appunto l' orizzonte sensibile dello spettatore in F. Fingasi, che la Terra giri da F in K, cioè dall' Occidente, all' Oriente, intorno al suo asse, lo spettatore in questo caso girerà d' altrettanto, mentre che l' orizzonte AB si disporrà nel sito LM. Quindi supposto che la Terra giri per gradi 30, lo spettatore passando da F in K, girerà ancora per gradi 30, una coll' orizzonte, ed in questo caso l' astro B, che nella posizione dell' orizzonte AB sembrava nascere, col disporsi questo nel sito LM, sembrerà elevato dall' orizzonte istesso per quanto è l' arco BM: è perchè lo spettatore non si accorge di questo moto, credendosi se stesso, e l' orizzonte immobile, gli sembrerà che l' astro in B siasi elevato sopra l' orizzonte AB di 30 gradi. L' astro poi Q, che nella posizione dello spettatore in F, e dell' orizzonte in AB sembrava nel suo zenit, sembrerà elevato dall' orizzonte medesimo non più dell' arco AQ; ma bensì dell' arco LQ, ed in conseguenza sembrerà accostarsi all'Oci-

cidente. Frattanto seguitando la Terra a girare intorno all' asse, e passando lo spettatore da K in R, l' orizzonte si disporrà nel sito PG; ed allora l'astro Q, che si vedeva dall' osservatore nel suo vertice, quand' era in F, comparirà nell' orizzonte tramontato, o prossimo a tramontare: e l' astro al contrario B, che nel primo caso compariva nascente sull' orizzonte, vedrassi nel suo vertice. E poicchè l' osservatore, come dicemmo non si accorge del suo moto, e si crede sempre immobile nel sito F, gli sembrerà quindi, che l' astro in B vada da B in Q; e l' astro in Q, da Q in A.

§. 303. Da tuttocciò si vede, che di quanto l' osservatore col moto diurno della Terra cammina da Occidente in Oriente, d' altrettanto sembra, che gli astri vadino da Oriente in Occidente; dimodocchè facendo egli un' intiero giro nello spazio di 24 ore, sembreragli ancora che gli astri in 24 ore faccino l' intiero giro nel Cielo. Ora supponendo, che l' astro in B sia il Sole, sembrerà egli ancora andare da Oriente, all' Occidente: onde è che qualora sarà visibile allo spettatore,

sarà giorno; e sarà notte qualora non sia, a lui, visibile; ed ecco come il moto diurno della Terra, fa la differenza de' giorni, e delle notti. E' degno sarà l' avvertirsi, che il Sole, e gli astri tutti compariscono sull'orizzonte, prima di esservi realmente; ciocchè dipende dalla rifrazione della luce, come avremo occasione di dimostrare a suo luogo.

§. 304. Il secondo moto della Terra è l' annuo: quello cioè, ch' esegue intorno all' orbita sua, e che produce la diversità delle *stagioni*. Per concepirsi, s'intenda essere GBAL l' orbita della Terra; fingasi il Sole in O, ed RXZQ la direzione de' segni dello Zodiaco. Trovandosi la Terra in R, cioè nel segno di libra (locchè succede circa li 21 di Marzo), riferirà lo spettatore sulla Terra, il Sole al segno opposto di Ariete; ed è quindi appunto, che noi diciamo comunemente di essere il Sole medesimo nel suddetto segno d' Ariete. Or suppongasi in questo caso che la Terra presenti il suo equatore al Sole; cioè che l'equatore terrestre, ed il centro del Sole sieno nell' istesso piano, si comprende da ciò, che i raggi di luce dal Sole debbano cascare

Fig. 68.

sull'

sull' equatore istesso perpendicolarmente ed in conseguenza proverassi allora il massimo caldo. E siccome in qualunque posizione dell' orbita sua, si rattrovi la Terra, sempre il Sole illumina la metà dell' equatore, saravvi in questo perciò, un equinozio perpetuo.

§. 305. Intanto stando la Terra nel segno testè mentovato illuminerà il Sole la metà de' circoli paralleli all' equatore; perciò vi sarà altresì un equinozio in qualunque luogo della sfera obbliqua. E siccome il Sole tramanda i suoi raggi sulla Terra con un certo grado d' obbliquità, avviene appunto, che noi in questo tempo proviamo una temperatura piacevole, cioè non molto calda, nè molto fredda, qual' è la primavera. Similmente passando la Terra fra tre mesi da R in X, scorrendo i segni di *Libra Scorpione* e *Sagittario*; e ritrovandosi alla fine del suddetto tempo, sul principio del segno del *Cancro*, sembrerà a noi che il Sole abbia scorso i segni opposti, cioè di *Ariete, Toro*, e *Gemelli*; e di essere nel segno del *Capricorno*: ed accade appunto a 21 di Giugno.

§. 306. Inoltre conservando l' asse della

Terra il suo parallelismo, in qualunque posizione, che si trovi, si comprende di leggieri, ch'ella non potrà d'avvantaggio presentare il suo equatore al Sole, come nel primo caso; ch'anzi in vece, presenterà il tropico del Cancro TT, o in altri termini: il piano del tropico del cancro terrestre, ed il centro del Sole, saranno nella medesima direzione. E cascando in questo caso, i raggi del Sole verticali, sarà quivi il massimo caldo: laddove nel tropico opposto, i raggi essendo obbliqui, vi si sarà in circostanze opposte. Si comprende intanto da ciò, che nei paralleli dell'emisfero della Terra, ove si trova il Tropico del Cancro, debbono cascare i raggi con minor obbliquità, che ne' paralleli dell' emisfero opposto. Quindi poichè noi ci troviamo nell' emisfero boreale (ove appunto si trova il tropico del cancro); abbiamo del caldo nel mese di Giugno; nel mentre che il contrario avviene agli abitanti dell'emisfero opposto.

§. 307. Di vantaggio, trovandosi il tropico del cancro dalla parte del Sole, e'l tropico del Capricorno dalla parte opposta, dovrà il So-

Sole illuminare più della metà del tropico del Capricorno: dovrà altressì illuminare più della metà de' paralleli nell' emisfero del tropico del cancro, e meno della mettà de' paralleli del tropico del Capricorno. Ed ecco onde avviene, che nel mese di Giugno abbiamo lunghi i giorni, e brevi le notti, tutt' il contrario degli abitanti dell' emisfero opposto: s' intende però sempre della sfera obbliqua §. . . .

§. 308. Continuando la terra il suo cammino periodico, passando ella da X, in Z, scorrerà i segni del *Capricorno*, *Aquario*, e *Pesci*, e si troverà nel principio del segno d' *Ariete*; nel qual tempo sembrerà a noi, che il Sole abbia scorso i segni opposti, cioè di *Cancro*, *Leone*, e *Vergine*, e che si ritrovi nel principio del segno della *Libra*: cosa che accade verso i 21 di Settembre. In questa posizione però della Terra, il centro del Sole, e l' equatore terrestre ritroveransi nuovamente nell' istesso piano; ond' è che (per quello, che si è detto non ha guari), sarà di nuovo l' equinozio agli abitanti della sfera obbli-

qua ; e siccome questo succede nella stagion dell' autunno, chiamasi equinozio autunnale : e saravvi altresì per quanto si è detto un medio calore.

§. 309. Passa ancora la Terra da Z in Q, percorrendo i segni di *Ariete*, *Toro*, e *Gemini*, e a noi sembrerà che il Sole percorra i segni opposti, cioè di *Libra*, *Scorpione*, e *Sagettario*, e si vedrà nel principio del segno del *Capricorno*; locchè avviene circa li 21 del mese di Dicembre. In questa posizione la Terra presenterà al Sole il tropico TT del Capricorno, cioè a dire in altri termini, che il tropico del Capricorno, ed il centro del Sole saranno nell' istessa direzione; i raggi cascheranno perpendicolarmente al tropico suddetto, ed obbliquamente al nostro opposto del cancro; vi sarà la state in quell' emisfero, e nel nostro l' inverno.

§. 310. Finalmente passando la Terra da Q in R, percorrerà i segni del Cancro, Leone, e Vergine, sembrandoci, che il Sole percorra i segni opposti di Capricorno, Aquario, e Pesci. Così la Terra percorrendo l' orbita

sua,

sua, costituisce la differenza delle stagioni (a).

§. 311. La terra per giungere di nuovo al punto R., impiega $365^{gior.}$ $5^{or.}$ 48^{1}, e 49^{11}, ed è questo appunto il tempo periodico della Terra secondo l' ipotesi Copernicana, che noi diciamo anno, ed attribuiamo al corso del Sole. Tuttavia richiedendosi nella vita civile, che gli anni costassero di giorni completi, è non già di giorni, ed ore, perciò diciamo comunemente ch'un anno costi di giorni 365. Ora calcolando in questa guisa l'anno in ogni tempo, noi verremo a togliere al corso della Terra quasi 6 ore; ond' è che in pochi anni, noi avremmo uno sbaglio considerabile nelle stagioni, e ne' giorni della settimana, e nelle feste: quindi fu che Giulio Cesare nella correzione, ch' ei fece del Calendario, e che si osserva sino ai dì presenti, volle, che in ogni quattro anni si contasse un giorno dippiù. Dicesi bisestile quest'anno, e costa di 366 giorni. Codesta

(a) La suddetta spiegazione è del Chiarissimo Poli; e noi ci siamo solamente sforzati di renderla più facile, ed intelligibile alla studiosa gioventù novizia.

correzione è bella, e ragionata, giacchè costando ogn' anno comune di giorni 365, venghiamo in questa guisa a togliere al corso della Terra quasi *6* ore, che dopo 4 anni, vengono a costituire un giorno, cioè 24 ore, il quale s' aggiugne al mese di Febbrajo, e costituisee l' anno bisestile, cioè di giorni 366.

§. 312. Egli dunque è cosa facile il sapere se un' anno vegnente sia bisestile, o se lo sia stato il passato; imperciocchè dividendosi l' anno in quistione per 4, se resterà nella divisione residuo, sarà un' anno comune, in caso contrario, sarà bisestile. Sia p. e. che si voglia sapere se l' anno 1720 sia stato bisestile, o nò: si divida il 1720 per 4; e poichè il quoziente 430 è senza residuo, dirassi che l' anno suddetto sia stato bisesilte. Così ancora, se voglia sapersi l' anno 1807; poichè diviso per 4, non da esatto quoziente, possiam quindi conchiudere ch' esso sarà anno comune.

§. 313. Intanto neppure questa correzione di Giulio Cesare bastava ad evitare tutti gl' inconvenienti intieramente, conciosiacchè l'assegnare ad ogn' anno *6* ore al corso della Ter-

Terra, o del Sole, egli è l'istesso, che assegnarli qualche cosa dippiù; giacchè 5or. 48' , e 48'' più de' giorni 365 , sono meno di 6 ore, di 11' 12'' , qual tempo sebbene molto picciolo, pure giungne dopo molti anni a portare uno sbaglio notabile. Quindi il Sommo Pontefice Gregorio XIII, consultando gli Astronomi de' suoi tempi, stabilì, che dall'anno 1700 in poi, per tre secoli completi non fossero bisestili, e vi fosse solamente il quarto secolo completo. Quindi gli anni 1700, 1800, 1900 per questa disposizione non sono bisestili; all'incontro il 2000 sarà bisestile per essere il quarto secolo: così 2100, 2200 2300 non saranno bisestili, ma lo sarà il 2400. Ed ecco che l'anno 1800, sebene di sua natura sarebbe stato bisestile, perchè divisibile per 4, pur tuttavia, leggendo il calandario del suddetto anno, tale non si vede: dicasi l'istesso di alcuni altri. Così facendo veniamo a togliere per ogni tre secoli due, o tre giorni, per il di più che assegniamo in ciascun'anno al corso apparente del Sole secondo l'ipotesi Copernicana.

Delle Fasi della Luna.

§. 314. La Luna è come tutt'i pianeti un corpo opaco, per cui riflette a noi i raggi Solari. D'essa secondo la diversa situazione in cui si rattrova, rispetto alla Terra, ed al Sole; comparisce or piena, or per metà, or cornuta; e finalmente sparisce intieramente, per ricomparire di nuovo. Codeste apparenti mutazioni, diconsi *fasi* della Luna: ed ecco come ciò avviene:

§. 315. Supponiamo il Sole in O; la Terra in R: sia poi ABGKI l'orbita della Luna. Ciò posto fingiamo, che la Luna si rattrovi in A; egli sarà impossibile osservarla dalla Terra; il perchè essendo illuminato l'emisfero mAn, opposto a quello che potrebbe vedersi dalla Terra, non potrà giammai riflettere sù di questa i raggi del Sole; per cui sarà a noi invisibile. Codesta posizione in cui si rattrova la Luna dicesi *novilunio*, o *congiunzione* del Sole con la luna. Fingasi poi ch'essa nel trascorrere velocemente la sua orbita passi da A, in B, in questo caso potrà solamente la porzione *mn* riflertere i raggi a noi, non ostante che sia tutto l'emi-

Fig. 46.

emisfero *Bmn* illuminato: si renderà dunque visibile della Luna la picciola porzione *mn*, mentre l'altra *mB* dal suddetto emisfero, non potrà riflettere i raggi sulla Terra. Difatti il raggio riflesso si riflette sempre dalla parte opposta del raggio incidente, perciò il raggio OI, si sifletterà per BS.

§. 316. Da B, passi la luna in G; allora dell' emisfero *Gmn* illuminato dal Sole, sarà visibile la porzione *mn*: e la luna medesima dirassi essere in *quadratura*, per essere discosta dal Sole del quadrante AG; e volgarmente si dice, che faccia il *primo quarto*. Similmente passando in L, si vedrà la porzione maggiore *mn*: e finalmente essendo in K, comparirà visibile tutto l' emisfero *Kmn* per essere rivolto al Sole, ed alla Terra; ed in questa posizione dirassi essere in opposizione col Sole, oppure nel *plenilunio*, a cagion che comparisce tutta intiera illuminata.

§. 317. Passando finalmente la Luna in Q, ne scomparisce una porzione; e successivamente in I ne scomparisce più, per le ragioni addotte di sopra; ed in questo punto dirassi, che faccia l' *ultimo quarto*. Ultimamente per-

pervenendo di nuovo in A avrassi l'altro novilunio della lunazione seguente. Si conosce intanto agevolmente che rattrovandosi la Luna in A, nasce essa col Sole; e tramonta col Sole medesimo: all' incontro quand' essa si trova nelle *quadrature*, si trova nel meridiano del luogo, quanto il Sole tramonta; quando questo è nel meridiano al disotto di noi quella tramonta; quando quell'istessa si trova nel meridiano opposto, questo nasce, e finalmente quando quella nasce, il Sole si trova nel meridiano al di sopra dell'orizzonte.

§. 318. Qualora poi la Luna sia in opposizione col Sole, tramonterà questo, quando quella nasce; quando questo si trova nel meridiano sotto dell' orizzonte, quella è nel meridiano sopra dell' orizzonte; ella finalmente nasce, quando il Sole tramonta. Spiegheremo poi a suo luogo perchè cagion in ogni lunazione non accada l'ecclissi del sole, come lo dovrebbe; ma che succeda solamente quando il Sole, la Luna, e la Terra si trova nell' istesso piano, ossia in perfetta linea di congiunzione, lecchè non accade, come vedrassi, in ogni lunazione.

§. 319.

§. 319. La luna intanto per ritornare all' istesso punto A, donde partì nell'antecedente lunazion impiega giorni 27, ore 7, e minuti 43. Quindi è che il tempo periodico della Luna sarà di $27^{gior.}\ 7^{or.}, 43^{1}$. E siccome nell'atto che la Luna esegue questo giro, la Terra col suo moto annuo non si trova nel sito medesimo; ed in conseguenza il Sole non corrisponde più all'istesso punto del Cielo, ha quindi la Luna di bisogno girare un'altro poco di tempo per raggiungere il Sole, onde essere col medesimo nuovamente in congiunzione. Questo divario importa $2^{gior.}\ 5^{or.}\ 1^{1}$, e 3^{11}, che uniti ai primi, sono $29^{gior.}\ 12^{or.}\ 44^{1}\ 31^{11}$. Ciò significa che per essere la Luna nuovamente in congiunzione al Sole, importa ch' ella impieghi $29^{gior.}\ 12^{or.}\ 44^{1}\ 31^{11}$. Dicesi codesto tempo *Lunazione intiera*, o *mese sinodoco*. Quindi il mese lunare, è più breve dell'annuale; e quindi i 12 mesi dell' anno, formano più di 12 lunazioni, in guisa che la dodicesima lunazione compisce giorni prima del finire dell' anno.

§. 320. Dippiù, i giorni dell' anno sono 365, ed ore 6 in circa (§. 311 Or 10 lu-

lunazioni formano $354^{gior.}\,8^{or.}\,48'\,36''$ (giacchè moltiplicando $29^{gior.}\,11^{or.}\,44'\,3''$ di una lunazione per 12, formano appunto $354^{gior.}\,8^{or.}\,48'\,36''$), sottratti questi dunque da $365^{gior.}\,6^{or.}$ resteranno 11 giorni in circa. Questi 11 giorni di differenza tra l'anno Solare, e le 12 lunazioni, dicesi *Epatta* dell'anno. Val quanto dire, che se a 31 di Dicembre di qualunque anno accade il *novilunio*, nel Dicembre dell'anno che sussiegue, accaderà il *novilunio* 11 giorni prima, e così anticiperà successivamente in ogn'anno di giorni 11. Per cui, se p. e. in quest'anno il novilunio accada a 31 di Dicembre, nel prossimo venturo accaderà 11 giorni prima; e perciò alla fine di Dicembre di questo stesso anno, la luna avrà ancora 11 giorni di età: e così l'anno appresso avrà la luna nella fine di detto mese 22 giorni di età. Potrassi dunque dire che l'*Epatta* dell'anno, dinoti quanti giorni d'età avea la Luna nella fine di Dicembre dell'anno antecedente.

§. 321. Da ciò si deduce, che il *novilunio*, o *plenilunio*, non accadono ne' medesimi giorni dell'anno susseguente: di modochè suppone-

nen-

nendo che a 5 Marzo dell' anno corrente avvenga il *novilunio*, non accaderà sicuramente a 5 di Marzo dell'anno susseguente l' altro *novilunio*. Codesta incorrispondenza tra i giorni lunari, e quelli del mese, continua per lo spazio di anni 18, dopo de' quali, cioè nell' anno 19, accade nuovamente a 5 di Marzo, e quasi all' istess' ora. La ragione di questa corrispondenza nasce dal che in 19 anni, vi sono 228 mesi completi, e 235 lunazioni ancora complete: e fu chiamato codesto confronto di 19, in 19 anni *Ciclo d' oro*, che fu istituito un anno prima della nascita di Cristo Nostro Signore, da Giulio Cesare.

§. 322. Il metodo poi onde ottenere il numero di quanti Cicli d'oro sono elassi dal principio della sua instituzione, è il seguente: Si voglia sapere p. e. quanti Cicli d' oro sono elassi nel 1804, si aggiunga uno, e poi si divida 1805 per 19; sarà il quoziente 95 il numero indicante i Cicli elassi dalla istituzione del primo sino all' anno presente 1804 Così si voglia saper il Ciclo Lunare dell' anno 1818; poichè dividendo $1818 \times 1 = 1819$ per 19, il quoziente è 95, ma ci rimane

14 per residuo, sarà il 95 il Ciclo lunare, e 'l 14 si è chiamato numero d'oro, a ragion che in Atene si scriveva a caratteri d'oro.

§. 323. Evvi una corrispondenza tra l'Epatta di un'anno e 'l numero d'oro, a modo che ritrovato questo, egli è facile cosa di ritrovare quella; ed ecco come: si multiplichi il numero d'oro, rattrovato colle regole precedenti, diminuito però dell'unità, per 11; si divida il prodotto per 30; il residuo di questa divisione, posto in non cale il quoziente, sarà l'*Epatta*. Così, fingiamo che si voglia ritrovare l'*Epatta* dell'anno 1803: ritrovato il numero d'oro 18; si multiplichi 18—1, cioè 17 per 11; avrassi per prodotto 187, si divida questo per 30, ed il residuo 7, sarà l'*Epatta* del 1803.

§. 324. La ragione di codesta operazione nasce dall'istessa relazione che ha, come abbiam detto, il numero d'*oro* coll'*Epatta*; imperciocchè il numero d'oro indica la perfetta corrispondenza delle lunazioni ne' medesimi giorni degli anni: si moltiplica poi questo per 11, perchè le lunazioni in ogn'anno

no anticipano di 11 giorni (§. 320) : il numero d'oro si diminuisce di uno, per la correzione del calendario fatta da Gregorio XIII (§ 313): il prodotto si divide per 30, per essere questo presso a poco il numero de' giorni del mese di una lunazione : finalmente il residuo della divisione dà l'epatta, perchè desso appunto è il numero che indica quanti giorni abbia la luna, nell' ultimo giorno dell' anno. Con questa regola si è formata la seguente tavola per lo secolo presente.

Num. d'oro	Epatta	Num. d'oro	Epatta
1	28	10	8
2	10	11	19
3	21	12	0
4	2	13	11
5	13	14	22
6	24	15	3
7	5	16	14
8	16	17	25
9	27	18	6
		19	17

§. 325. Nella suddetta tavola a ciascheduno numero d'oro di ogn'anno del secolo, corrisponde l'epatta. Se dunque si voglia sapere l'epatta di qualunque anno, farassi così, si trova prima il numero d'oro dello stesso: e fingiamo che sia 1; indi si vede il numero che gli stà a fianco ch'è appunto 28, e quest'appunto sarà l'epatta: se il numero d'oro è 2, l'epatta sarà 10, se 3, 21, e così degli altri.

§. 326. La tavola suddetta può servire ancora per ritrovare l'età della luna in un giorno proposto di qualunque mese. A ciò fare, non occorre altro, che trovare, mercè delle regole assegnate, il numero d'oro, ed indi riscontrare l'epatta: unire questa al numero del giorno proposto, e dippiù al numero de' mesi elassi, da Marzo, sino al mese di cui vuolsi trovare l'età della luna; se ne sottrae da questa somma 30, ed il residuo, indicherà l'età della luna. Così dunque, se vogliamo p. e. sapere l'età (che tenga la luna a 22. Maggio dell'anno 1804; trovo il numero d'oro dello stesso ch'è 18; prendo il numero che gli sta a fianco nella tavoletta ci-

ta-

tata, e ch'è appunto l'epatta 7; faccio 7+3, ch'è il numero de'mesi elassi da Marzo, sino a Maggio inclusivo, eguale a 10+22, ch'è il giorno proposto, eguale a 32. Finalmente ne sottraggo 30, ch'è il numero di giorni di un mese circa, e il residuo 2 ci dinoterà l'età della Luna a 22 di Maggio del 1804: e saprò ancora di essere accaduto il *novilunio* a 21 Maggio. Avvertasi, però, che qualora il mese costi di giorni 30 esatti, allora si dee sottrarre dalla somma 29, e non 30, cioè uno di meno.

§. 327. Intanto questo metodo per ritrovare l'età della Luna non è sempre abbastanza esatto; potendosi commettere sbaglio di due giorni. Vi si può però riuscire con esattezza mercè delle tavole astronomiche inventate a quest'oggetto, che noi per brevità tralasciamo.

CAP. XIX.

Degli Ecclissi.

§. 328. Poicchè la Terra, e la Luna sono corpi opachi, egli è quindi facile a concepirsi,

che qualora questa si rattrovi in A; quella in
Fig 46. R, ed il Sole in O, impedirà la Luna l'aspetto del Sole dalla Terra: oscurandosi adunque apparentemente in rapporto a noi il Sole, produce appunto ciocchè chiamasi *Ecclissi del Sole*. Altronde se il Sole si trova in O, la Terra in R, e le Luna in K, cascherà l'ombra di quella, sù di questa; e produrrà *l'ecclissi della Luna*. Adunque, in pochi termini, l'ecclissi del Sole avviene, qualora la Luna si frappone fra il Sole, e la Terra; e quello della Luna hassi quando tra questa e 'l Sole si frappone la Terra. Quindi si comprende eziandio, che l'ecclissi del Sole dee accadere ogni volta che la Luna si trova in *congiunzione* col medesimo: e che quello della Luna, qualora questa si trova in opposizione col Sole.

§. 829. Posto ciò, si dovrebbe in ogni mese sinodico osservare due ecclissi, l'uno del Sole, e l'altro della Luna: ma tanto non s'avvera nel fatto; conciosiacchè ritrovandosi la terra e il Sole tuttora nel piano dell'ecclittica. Tutt'al contrario della Luna: giacchè l'orbita sua intersecandosi coll'ecclittica stessa

in

in due punti con angolo di 5 gradi, viensi in questa guisa ad intercettare la veduta del Sole medesimo o della Luna, qualora i due luminari si trovano ne sudetti due punti, o prossimi ad essi. Cotali punti, testè mentovati, l'hanno chiamati *nodi*, e *linea de' nodi* quella retta che li congiunge. Adunque s'egli avviene per avventura che la Luna sia in *congiunzione*, e in *opposizione* col Sole, senz' essere però nei nodi, non accaderà giammai *ecclissi* veruno. Richiedonsi due condizioni per effettuarsi: che siano il Sole, e la Luna in *congiunzione*, o in *opposizione*, e che sieno di vantaggio nella linea de' nodi: una che ne manca, non potrà aversi l'ecclissi.

§. 330. Per concepire con più chiarezza, e precisione quanto si è detto, sia IMQN un piano nell' istessa direzione dell' ecclittica, nella quale si rattrovino continuamente il Sole, e la Terra; e si figuri questo piano secondo la direzione del foglio ove si guarda la figura. Sia inoltre PMLN un piano secondo la direzione dell' orbita della Luna; e fingasi questo, com'egli è necessario fingersi, la metà MLN dalla parte d'avanti del foglio, Fig. 47.

e la metà MPN dalla parte di dietro. In siffatto modo questi due piani s' intersecheranno in M, e in N, e costituiranno l' angolo sferico LMQ. Or suppongasi che quest' angolo sia di gradi 5, secondo l' inclinazione che s' intersecano realmente l' ecclittica coll' orbita della luna: Li punti M, N sono appunto i *nodi*; e la linea che li congiunge, chiamasi, come si è detto, *linea de' nodi*. In questa posizione si conosce evidentemente, che essendo la Luna o in congiunzione, o in opposizione, e nella linea de' nodi, il Sole, la Luna, e la Terra si troveranno nell' istesso piano; e quindi si dee oscurare il Sole qualor la Luna è in congiunzione; e la Luna quando questa è in opposizione.

§. 331. Suppongasi di vantaggio che la Luna si trovi in F; in questo caso, non trovandosi nella *linea de' nodi*, non si troverà neppure nell' istesso piano del Sole, e della Terra: ed ecco, che se bene trovasi in congiunzione col Sole, pur tuttavia non potrà accadere l' ecclissi.

§. 332. Da quanto si è detto, si sarà potuto comprendere, che debbano accadere varie sorti d' ecclissi, secondo la posizione in cui

rattrovasi la Luna ; ed in fatti gli Astronomi dividono l'ecclissi in *totale*, *parziale*, *centrale*, *visibile*, *ed invisibile*. Chiamano ecclissi totale, qualora il Sole, o la Luna s' oscurano intieramente. Chiamano ecclissi *parziale*, quando una delle loro porzioni si oscura. Avvertasi però, che sibbene la Luna sia infinitamente più picciola del Sole, pure non è per questo ch' essa trovandosi nella minima distanza da noi, non possa intieramente oscurarlo ; da poicchè in questa posizione, il di lei diametro apparente è maggiore di quello del Sole, posto a massima distanza.

§. 333. Essendo il Sole in Q, la Luna in R, cioè più verso la parte destra del Sole, e la Terra in G lo spettatore in B verso la sinistra, potrà vedere illuminata la porzione del Sole MN nel momento ch' egli non veda affatto la rimanente porzione NKM ; quindi nasce l'*ecclissi parziale*. Ma se poi l'apice dell' ombra della Luna tocchi appena la Terra, vedrassi allora il contorno del Sole, restando oscurato il centro : e questo è il caso dell'*ecclissi centrale* (vedi fig. 49). Giova avvertire per ultimo, che può darsi un' Fig 49.

dirle veramente colla massima esattezza: così è stata predetta dal dotto D. Giuseppe Caselli, Astronomo della Marina, e mio collega; non che dagli altri Astronomi d' Europa, l' ecclissi accaduta di già agli 11 Febrajo, corrente anno 1804.

III. De pianeti superiori.

§. 335. Siegue alla Terra, *Marte*, Egli descrive la sua orbita in un'anno, 321 giorni, e 23 ore: La sua distanza media dalla Terra è di miglia italiane 157¹, 050, 720; il suo diametro e di miglia 5085.

§. 336. Viene poi il nuovo pianeta scoverto dal P. Piazzi, astronomo della specola di Palermo, chimato dal medesimo CERES FERDINANDEA, significando con ciò la fertilità della Sicilia, e glorificando FERDINANDO IV. RE delle due Sicilie, che IDDIO guardi, e mantenga. Esso pianeta è tra Marte, e Giove, giacchè impiega 4 anni a descrivere la sua orbita, perciò abbiamo detto, che dopo Marte dovrebbe seguire questo pianeta Ferdinandeo. L' inclinazione della sua orbita è di 10 gradi, minuti 36, e secondi 57. Essendo ciò vero la fascia dello Zodiaco avrebbe maggio-

re ampiezza di quella, ch' ha avuta sin'oggi; percui l' ampiezza dello Zodiaco dev' essere di 21° 13' 54". Questa scoverta reca grandissim'onore al suddetto P. Piazzi, quale con istancabile fatica ha ritrovato altre stelle fisse, e con proprie osservazioni ha calcolate tutte l' ascenzioni rette, e latitudini delle stelle, siccome potrassi leggere nel suo libro, che tiene il Signor Marchese Vivenzio, con il quale in Palermo ha fatto delle molte osservazioni, siccome egli stesso graziosamente ha favorito dirmi.

§. 337. Siegue di poi *Giove* il più grande di tutt' i pianeti anzidetti, discosto dalla Terra di miglia 536. 077. 650: il suo diametro è di miglia 93354. Impiega di tempo per descrivere l' orbita sua anni 11, e giorni 317. Egli ha quattro Satelliti scoverti dall' immortale Galileo, dopo l' invenzione del suo teloscopio; e chiamati da lui *Stelle Medicee* in onor del suo Principe Cosimo de Medici allora Gran Duca di Toscana. Secondo la varia distanza che hanno dal lor pianeta primario *Giove*, vengono detti 1°, 2°, 3°, 4° satellite. Le di loro rivoluzioni *periodiche*, e *sinodiche*, sono espresse nella tavoletta seguente.

Tavola Delle rivoluzioni sinodiche, e periodiche de Satelliti di Giove.

Rivoluzioni period.	gior. or. 1 18 27' 33"	gior. or. 3 13 13' 42"	g. or. 7 3 42' 33"	g. or. 16 16 32' 8"
Rivoluzioni Sinodiche	gior. or. 1 18 28' 36"	gior. or. 3 13 17' 54"	g. or. 7 3 95' 36"	g. or. 16 18 5' 7"

§. 338. Giove osservato con un Telescopio si vedono in esso alcune strisce quadrate, che rappresentono come i piombi di una vetrata, delle quali non si sa la natura.

§. 339. Dopo Giove viene Saturno, il quale ha per diametro 85803 miglia italiane; presso a poco la sua distanza media dalla Terra è di miglia 983', 246, 160. Impiega 29 anni, e 177 giorni a descrivere la sua orbita.

§. 340. Esso ha sette satelliti scoverti tre da Cassini, due da Eugenio, e due ultimamente da Herschel. Nella seguente tavoletta sono espresse di chiascduno le periodiche rivoluzioni.

Tavola delle rivoluzioni periodiche de Satelliti di Saturno.

	gior.	or.			
I	1	21	18'	26''	2
II	2	17	44	51'	2
III	4	12	25	11'	1
IV	15	22	41	16'	0
V	79	7	53	42'	8
VI	21	8	53	8'	9
VII	0	22	37	22'	9

§. 341.

§. 341. Dall'anzidetta tavola si rileva, che il quinto satellite, che impiega più tempo degli altri, dovrebbe essere chiamato il 7, come quello ch'è più distante degl'altri, ed il settimo il primo, perchè impiega meno tempo di tutti gli altri. Questi hanno sortiti questi nomi dall' epoche delle loro scoverte; perciò il settimo si chiama tale, perchè l'ultimo scoverto dà Herschel. Volendosi però correggere questa denominazione secondo le loro diverse distanze da Saturno, secondo il mio pensiere, si dovrebbe rettificare la tavola sopracitata nel seguente modo.

VII	Primo
VI	Secondo
I	Terzo
II	Quarto
III	Quinto
IV	Sesto
V	Settimo

§. 342. Cioè il sesto, e settimo, sebbene scoverti gli ultimi da Herschel, si dovrebbero chiamare primo, e secondo, dopo seguono i tre scoverti da Cassini, e poi quelli scoverti da Eugenio.

§. 343.

§. 343. Quello, ch'è singolare in Saturno è un anello, che circonda il corpo del medesimo, esso è staccato dalla superficie di Saturno, e comparisce in diversi modi; imperocchè se il piano dell'anello prolungato coll'immaginazione passa per l'occhio dell'osservatore, allora scomparisce, e non si osserva altro, che una linea oscura in Saturno. Se esso piano poi non passa per la terra, allora comparisce ellittico, e alle volte quasi circolare, secondoche si situa diversamente riguardo alla Terra.

§. 344. Il diametro dell'anello è al diametro di Saturno come 7. 3. L'anello gira intorno a se stesso nello spazio di 10 ore 32', 15".

§. 345. Viene finalmente Herschel, scoverto nel 1781, che ha sortito questo nome dallo scovritore, o pure pianeta Giorgiano in onore di Giorgio III, oggi felicissimo Re della Gran Brettagna.

§. 346. Il medesimo ha di diametro 38280 miglia; il suo tempo periodico è di 83 anni, e mezzo; la sua distanza media dalla Ter-

Terra è di miglia italiane 1966807800.

§. 347. Esso pianeta ha due satelliti scoverti dal medesimo Herschel nel 1787.

348. La rivoluzione sinodica del primo satellite, o sia del più prossimo a tal pianeta è 8 giorni, 17 ore, un minuto primo, e 19 secondi.

§. 349. La rivoluzione sinodica del secondo è di $13^{gior.}$ $11^{or.}$ $5'$ $11''$. Le osservazioni accurate del passaggio de' suddetti satelliti sotto il disco de' loro respettivi pianeti, servono a determinare i gradi di longitudine nella Terra, come abbiamo veduto.

§. 350. Il Cielo si va multiplicando giorno per giorno di nuovi pianeti. Il Signor Olbers, che tempo fa scoprì in Brema un pianeta, che da lui fù chiamato Pallade; in oggi ne ha scoverto un altro, che per la sua grandezza è piacciuto allo scopritore chiamarlo *Ercole*, difatti è tre volte più grande in volume di Giove, che come si sa era il più gran pianeta scoperto fin'ora. Il medesimo impiega niente meno, che 211 anni a descrivere la sua orbita, e quindi si rileva essere molto più distante di Herschel; ad

occhio nudo però sembra essere una stella di sesta grandezza. Quello che più sorprende si è, che l' Ercole ha sette satelliti, uno de quali è il doppio della nostra terra. L' inclinazione della sua orbita con l' ecclittica è di 30 gradi, quindi in questo caso il Zodiaco è di 60 gradi di larghezza (a). La sua attuale latitudine, cioè a Giugno 1804 è di gradi 13 boreali. Grande Iddio tu da per tutto fai risentire la tua Possanza, la tua Gloria! Professiam' obbligazione al coltissimo nostro amico Signor D. Leandro Maria Guidi, di averci comunicata una si interessante notizia.

TA-

(a) Sebbene abbiamo detto prima, che la fascia dello Zodiaco sia di 16 gradi in circa, ciò è nato di aver avute queste notizie posteriori a quello, che abbiamo altrove scritto.

TAVOLA

...strati i diametri, le grandezze, le distanze, e i tempi periodici de' pianeti.

Pianeti	Loro diametri in miglia.	Loro grandezze rispetto alla Terra.
Sole	957942	1 milione, e 400 mila volte più grande.
Terra	8595	. . . . .
Luna	2346	$\frac{1}{40}$ . . . . .
Mercurio	3498	. . . . . $\frac{1}{13}$ . . . . .
Venere	8244	Più picciola di $\frac{2}{9}$ . . . . .
Marte	5085	$\frac{1}{7}$ . . . . .
Giove	93354	. . . . 1300 volte maggiore
Saturno	85803	. . . . 1000 volte maggiore
Anello	200211	. . . . .
Urano	28280	. . . . 88 volte maggiore.

Tempi periodici.	Distanze medie dalla Terra in miglia.
Sole	. . 90000000
Terra . . . . . 365 gior. 5. or. 49.	. . . . .
Luna . . . . . 27 gior. 7. or. 43.	. . . 258972
Mercurio . . . . . 87 gior. 23 ore	. . 103072440
Venere . . . . . 224 giorn. 17 ore	. . . 90 0 00
Marte . . . 1 anno, 321 giorn. 23 ore	. . 157050720
Giove . . . 11 anni, 317 giorni	. . 536 776 50
Saturno . . . 29 anni, 177 giorni	983246 60
Urano . . . 83 anni e mezzo	1966 9278 00

si ha da' calcoli esatti, che i pianeti descrivono le aje proporzionali ai tempi intorno al Sole, e non già intorno alla Terra, dunque il centro del sistema planetario è il Sole, giusta l' Ipotesi Copernicana.

§. 354. In terzo luogo il vedere due congiunzioni, una superiore, e l'altra inferiore de' pianeti inferiori, e non vederli mai in opposizione (§. 293. 294); questo non può spiegarsi nell' Ipotesi Tolemaica, ma bensì nell' Ipotesi Copernicana. Vero bensì, che ciò può spiegarsi ancora nell' Ipotesi di Ticone, pure aggiunto questo all'altre prove, consolida meglio l' Ipotesi Copernicana.

§. 355. In quarto luogo, se la Terra fosse immobile, dovrebbero le stelle fisse, i pianeti, ed il Sole descrivere in un giorno immenso spazio celeste. Difatti è noto, che le circonferenze sono come i raggi; le distanze poi delle stelle fisse sono tanto grandi, che sono incalcolabili, poichè l' angolo parallattico è infinitamente piccolo, dunque tanto più dev' essere la circonferenza, o sia lo spazio, che ogni stella fissa dovrebbe descrivere, come dovrebbe essere nell' ipotesi To-

lemaica. Non così nell'Ipotesi di Copernico, poichè movendosi semplicemente la Terra in un giorno intorno all'asse, farà comparire girare gl' astri in 24 ore.

§ 356. Per comprendere più da vicino l' enorme spazio, che i pianeti, e le stelle fisse dovrebbero descrivere in un giorno, secondo il sistema Tolemaico, è necessario riflettere alle seguenti cose,

§. 357. E' noto, che ogni grado dell' Equatore Terrestre è di 60 miglie italiane, quindi moltiplicando 60 per 360, numero de gradi dei quali costa ogni circolo, avremo per prodotto 21600 miglia italiane, locchè sarà la circonferenza del Equatore Terrestre. D' altra parte sappiamo, che la Luna è distante dal centro della Terra di 60 semidiametri terrestri; ma è noto, che le circonferenze de' Circoli sono come i loro raggi, dunque sasà uno a 60, distanza della luna al centro della Terra, come la circonferenza dell' Equatore, cioè 21600 al quarto proporzionale, che darà la circonferenza del Circolo della Luna, che in un giorno la medesima dovrebbe descrivere, secondo il sistema di

To-

Tolomeo, cioè 1 : 60 = 21600 : X; dunque sarà $X = \frac{60 \times 21600}{1} = \frac{1296000}{1} = 1296000$.

§. 358. Dunque lo spazio, che dovrebbe descrivere la Luna in ogni giorno sarebbe di miglia italiane 1296000. Ora questo spazio sebbene grandissimo, pure è infinitesimo, se si paragona allo spazio immenso, che dovrebbero descrivere in ogni giorno i pianeti molto più lontani da noi, di quello ch' è la Luna, e principalmente le stelle fisse. Di fatti essendo la circonferenza dell' Equatore di miglie 21600 si avrà da questo il raggio della Terra, secondo la proporzione di Arcuimede, facendo 22 : 7 = 21600 : X; dunque $X = \frac{21600 \times 7}{22} = \frac{151200}{22} = 6872\frac{16}{22}$, quale sarà il diametro della Terra, e prendendone la metà, trascurato il fratto, cioè 3436 miglia, sarà questo il raggio della Terra. Ma la distanza del sole al centro della Terra è di 90000000 miglia Italiane, dunque facendo la seguente proporzione avremo la circonferenza del Circolo, che il sole dovrebbe fare in un giorno secondo il sistema Tolomai-

co, cioè $3436 : 90000000 = 21600 : X$; dun-

que $X = \frac{21600 \times 90000000}{3436} = \frac{1944000000000}{3436} =$

$565^{1},774,155$ miglia italiane.

§. 359. Se tanto è lo spazio, che il Sole dovrebbe descrivere in un giorno nell' Ipotesi Tolomaica, quale spazio immenso dovrebbe descrivere Herschel? Più, qual altro spazio dovrebbe descrivere chiascheduna stella fissa? Certo che l' immaginazione si smarisce. Questi moti però degli astri si spiegano colla massima semplicità, secondo l' ipotesi Copernicana, ammettendo semplicemente il moto di rotazione della Terta intorno l' asse.

§. 360. Altre prove adducono i Copernicani a favore della loro ipotesi, che noi per brevità tralasciamo.

CAP. XXI.

Del Flusso, e Riflusso del Mare.

§. 361. EVvi in natura un fenomeno constantissimo, come ancora sensibilissimo per alcuni luoghi, che *flusso* ; *e riflusso del mare* appellasi. Il medesimo consiste in questo, che l'acque del mare per ore 6, ed alcuni minuti sempre si sollevono dal loro livello; per altre 6, e minuti, poi, sempre si deprimono, e così alternando sempre nel elevarsi, e deprimersi, constituiscono il fenomeno, del quale veniamo ad esporre le circostanze, e la causa.

§. 362. Gli antichi non seppero la causa di un tal fenomeno, il solo Plinio fù quello, che disse esser dipendente ciò dall' attrazione del Sole, e della Luna. Questa però era una semplice conghiettura presso di lui; in oggi dopo l' introduzione della teoria dell' attrazione universale, e indietro alle più minute circostanze di un tal fenomeno si è resa una dimostrazione. Per poterci adunque far strada in una tal verità, bisogna in primo cal-

colare le circostanze di un tal fatto.

§. 363. E da sapersi adunque, che il mare qualora è giunto nella sua massima elevazione, dicesi allora *alta marea*; quando poi è giunto nella sua massima depressione dicesi *bassa marea*. Si osserva intanto, che compisconsi due alte maree, e due basse nello spazio di 24 ore, e 48 minuti. All'incontro sappiamo, che la Luna ritarda di nascere, da un giorno all'altro, di 48 minuti di ora, cioè di $\frac{3}{4}$ di un ora in circa, per il moto proprio nella sua orbita da occidente in oriente, quindi ritarda di altrettanto per passare dal meridiano del luogo. Supponiamo adunque che in oggi alle ore 19 italiane sia passata la Luna dal Meridiano, e che alle 20 ore sia accaduta l'alta marea. Domani, la Luna passerà a 19° e tre quarti (a) dal meridiano, e l'alta marea avverrà a 20 e tre quarti. Dopo domani la Luna passarà dal meridiano a $20\frac{1}{2}$, e l'alta marea avverrà a $21\frac{1}{2}$, e così in appresso. Beninteso però, che in questo intervallo già sono accadute per ogni

(a) Abbiamo calcolato sopra i $\frac{3}{4}$ d'ora e non sopra i 48. per facilitare il calcolo.

ogni 6 ore, e minuti 12 due alte maree, e due basse.

§. 364. Da ciò, che abbiamo detto si rileva una massima corrispondenza del tempo tra il ritardo del passaggio della Luna al Meridiano, e l'alta marea. E' questo uno de fatti, che dimostra, che l'attrazione della Luna sia la causa di un tal fenomeno. Imperocchè allorquando essa si trova nel meridiano agisce direttamente sù dell'acqua del mare. E perchè la medesima ritarda di $\frac{3}{4}$ di ora, di altretanto perciò ritarda la prima alta marea del giorno vegniente.

§. 365. E' però da notare, che l'alta marea non avviene nel momento, che la Luna passa pel Meridiano del luogo, mà ritarda in alcuni luoghi di un ora, come abbiamo veduto poco prima, in alcuni altri luoghi ritarda di tre ore, di quattro, e sino a dodici.

§. 366. La suddetta osservazione lungi d'indebolire la nostr' opinione, che anzi viepiù la confirma, poichè se questo ritardo facesse credere, che d'altro dipende l'alta, e bassa marea, e non già dall'attrazione del-

la Luna, si potrebbe francamente rispondere, che sebbene l'alta marea non avviene nell'istesso momento del passaggio della Luna al Meridiano, pure essendo in ogni luogo il ritardo constante; fa questo maggiormente confirmarci essere questo un fenomeno, che dipende dalla Luna; imperocchè le acque del mare per giungere alla massima elevazione, fa bisogno che l'azione della Luna duri per qualche tempo.

367. Quello però ch'è da rimarcare in questo ritardo si è, che quei mari, che sono contenuti nè limiti della Zona Torrida, ivi il ritardo è minore, perchè l'azione è più diretta. Cresce poi il ritardo in quei mari, ch' escono, dalla Zona Torrida. Difatti nell' isola di S. Elena il ritardo dell' alta marea dopo il passaggio della Luna dal Meridiano è di ore $2\frac{1}{4}$. Nel Capo di Buona Speranza nell' Emisfero Meridionale, ma fuori della Zona Torrida è $2\frac{1}{2}$. Venendo poi verso noi, e fuori della Zona Torrida, il ritardo è sempreppiù maggiore. All' Haure della Grace è di 9 ore. A Calais è $11\frac{1}{2}$. A Donkerque è di 12 ore.

§. 368.

§ 368. Da quello, che abbiamo detto, risulta, che le alte maree non avvengono all' istessa ora del giorno, ma ritardono in generale di 48' ogni giorno. Solo però nel tempo delle piene, e nuove lune, l' alte maree combinano all' istess' ora, che *stabilimento del porto* appellasi. Difatti a Brest lo stabilimento è a 3 ore, 30' dopo mezzogiorno; all' Haure della Grace è a 9 ore. Lo stabilimento del porto serve di molta regola a naviganti, che debbono entrare, o uscire da porti di basso fondo, siti alle coste dell'oceano; imperocchè qualora è bassa marea, restono scoverti i banchi d' arena, percui non potrassi navigare. Lo stabilimento del porto adunque ci può indicare, a qualunque giorno del mese, in qual'ora succeda l'alta marea. La pratica è la seguente. A Brest per esempio lo stabilimento del porto è a 3^or. 30'; supponiamo, che ai 10 di Marzo sia accaduto il Novilunio; si voglia uscire o entrare nel porto a 14 del suddetto mese, cioè quattro giorni dopo il novilunio; allora si moltiplichi 4 per 48, che sono i 48 minuti di ritardo, e il prodotto 192, che ridotti ad ore;

considerandoli per minuti primi, sono 3 ore, e minuti 12, quali si devono aggiungere all' ore dello stabilimento del porto, che sono a Brest 3° 30; perciò a 14 Marzo, ivi, l'alta marea succederà a 6$^{or.}$ 42'. La ragione di questa pratica è chiara da per se.

§. 369. A proposito del ritardo dell' alta marea, corrispondente al ritardo del passaggio della Luna al Meridiano, abbiamo fatta questa, non inutile, digressione. Rimettiamoci adunque in cammino, cioè esponiamo le altre prove per dimostrare, che questo fenomeno del flusso del mare dipenda dall' attrazione della Luna. Si sa ancora, che qualora la Luna si trova nella massima sua vicinanza a noi, allora è più sensibile l' alta marea, di quello qualora la medesima è nella sua massima lontananza. E' tanto ciò vero, che la Luna essendo nella sua massima vicinanza, ed in congiunzione con il Sole, allora arriva il mare ad elevarsi tanto, che dicesi *massima marea*, o *grandi acque*.

370. Dissi in congiunzione con il Sole, poichè l'alta marea è più sensibile nella congiunzione de due luminari, che qualora so-

no discosti di un quadrante . Difatti , Sia QAP F la Terra, il Sole in S la Luna in L, cioè in congiunzione. E'chiaro allora , che la Luna agisce con più energia nel punto A , perchè l' azione della medesima è verticale , che nè punti B , G ; agisce però meno nè punti Q , P , che nè punti B , G , perchè l' azion' è più obliqua ; perciò ne viene , che passando la Luna dal meridiano nel punto L , l'acqua del mare deve refluire nel punto A, dove constituisce l' alta marea conformandosi l' acqua nel modo ellitico QbaqP . Ora se a quest' azione dell' attrazione della Luna si unisce quella del Sole in S , in congiunzione della medesima , allora l' alta marea dev' essere più sensibile , perchè ambidue agiscono direttamente nel punto A. Non così avviene , qualora la Luna è in L, il Sole in R , cioè in quadratur is, poichè allora le acque del mare refluiscono verso A per l'azione della Luna , e verso P per l' azione del Sole ; quindi debbono constituire le acque due cofrenti opposte . Prevale però l' azione della Luna a quella del Sole , per la sua massima vicinanza . E' tanto vero quelche ab- Fig 50.

bia-

biamo esposto, che l'alta marea nella congiunzione è come la somma delle loro attrazioni; come la differenza delle medesime però in quadraturis:

§. 371. Da ciò, che abbiamo detto si rileva, che l'azione del Sole, anche contribuisce ad un tal fenomeno. Pare però che le acque dovrebbero più ubbidire all'azione del Sole, che a quella della Luna, poichè il primo è molto più grande della seconda; ma è da riflettere da un'altra parte, che sebbene l'attrazion'è nella ragione diretta della massa, pure è benanche nella ragion quadrata delle inverse distanze. Attento adunque alla massima vicinanza della Luna a noi, rispetto a quella del Sole, perciò le acque si elevano dopo il passaggio della Luna al Meridiano, e non già al passaggio del Sole medesimo.

§. 372. A buon conto il vedere che l'alta marea in tutt'i luoghi avviene dopo un numero constante di ore, dacchè la Luna è passata dal Meridiano. L'osservare ancora, che l'alta marea è più sensibile, alloraquando la Luna è nella massima vicinanza, cioè perigea. Più il vedere, che l'alta ma-

rea

rea è massima allora quando i luminari sono in congiunzione. E finalmente l' osservare, che il flusso, e riflusso del mare è maggiore ne' limiti della Zona Torrida, stando le altre cose eguali, e che il medesimo si va rendendo insensibile mano mano verso de' poli, e sparisce interamente nelle vicinanze di essi. Sono queste le principali pruove da dimostrare, che un tal fenomeno nasca dall'attrazione della Luna, e del Sole, ma più dalla prima, che dal secondo.

§. 373. Dopo si fatte prove veniamo ad un più minuto dettaglio, per vedere più da vicino come in ogni luogo dopo $24^{or}.\ 48^{'}$ avvengono due alte maree, e due basse.

§. 374. Alloraquando la Luna è nel Meridiano in L allora le acque refluiscono verso A, dove l'azione è diretta; e perciò in P, e Q devono mancare; perciò nell' atto, che in A succede l'alta marea; in P e Q avviene la bassa marea. Avvertasi però, che nell'istesso tempo, che l'alta marea succede in A, avviene anche in F. Ciò può accadere, a mio sentimento, che i fluidi rimovendosi da un punto, si allontanano i me- Fig. 50.

de-

desimi intorno intorno da esso; perciò allontanandosi le acque da P verso A, si allontanano benanche da P verso F, e perciò avviene anche l'alta marea in F. Bisogna però confessare, che questo è un fatto quanto constante, altrettanto inesplicabile.

§. 375. Rimovendosi la Luna intanto da L verso K col moto diurno, e perchè impiega 6 ore, e 12' per giungere in K alla distanza di L del quadrante LK; perciò dopo 6^or. 12' avviene una bassa marea in A, ed in F, ed un'altra marea in P, e Q. Così giungendo in X dopo altre 6^or. 12', perciò dopo altre 6^or. 12' accade l'alta marea dinuovo in F, ed in A, e dinuovo la bassa marea, in P, ed in Q. Da ciò si rileva, che in ogni luogo avvengono due alte maree, e due basse dopo lo spazio di ore 12, e minuti 24. Passa poi la Luna in Z dopo altre 6^or. 12', ed ecco la seconda alta marea dell'istesso giorno in Q e P, e la seconda bassa marea dell'istesso giorno in A, e F.

§. 376. Perviene finalmente dinuovo in L la Luna dopo 24^or. 48' di quello ch'era nel gior-

giorno antecedente, e questa sarà la prim' alta marea del giorno seguente. Ecco perchè abbiamo detto, che l'alte maree succedono da un giorno all' altro dopo 24$^{or.}$ 48^{1}, giusta il ritardo de 48^{1}, del passaggio della Luna al Meridiano, pel moto proprio della medesima da Occidente vers' Oriente.

§. 377. Per dar termine a questo fenomeno, bisogna sapere, che il flusso del mare si rende insensibile per alcuni luoghi, sebbene l' azione della Luna è l' istessa. Così nel Mediterraneo è quasi nullo, perchè le acque dell' Oceano trovano la barriera dei Monti, ed appena si possono introdurre per lo stretto di Gibilterra. In Venezia, nell' Adriatico, è alquanto sensibile, poichè nella bassa marea le legune restano scoverte dall' acque in alcuni looghi. Per altri luoghi poi è molto sensibile, così a S. Malò arriva l' alta marea sino a 45 piedi; a Calais tralla Francia, e l' Inghilterra è $18\frac{1}{2}$. A Brest, porto della Francia nell' Oceano, arriva a 21 piedi. Ciò nasce da maggiori, o minori ostacoli, che le acque ricevono da monti, da Isole, da banchi d' arena, ed altro di simile.

LIBRO IV.

CAP. XXII.

Della gravità particolare della nostra Terra.

Osservazione

§. 378. QUalunque corpo, s'egli si lascia liberamente cadere, è tratto verso il centro della terra, per una linea, ch'è perpendicolare all'orizzonte; ed esso s'accelera continuamente nel moto. Ciò accade in qualunque distanza.

Corollario I.

§. 379. Dunque la gravità, ossia la forza centripeta della nostra terra agisce continuamente, aggiungendo, nel corpo che cade, nuovi gradi di celerità.

Teorema I.

§. 380. *La gravità è proporzionale alla quantità di materia.*

Dimostrazione

La gravità è una proprietà essenziale della materia (§. 17.): dunque quanto più nume-

merose sono le particelle di materia; ossia quanto più cresce la quantità della materia, tanto maggiormente cresce la gravità. Perciò la gravità è proporzionale alla quantità di materia. Ciocchè.

AVVERTIMENTO I.

§. 381. Ciò è confirmato dall' esperienza; da che, se si estragge l'aria dalla macchina pneumatica, e vi si lascino cadere liberamente, più corpi di diverso peso, percorrono questi, nel medesimo tempo, l'istesso spazio. Ciò dunque non potrebbe sicuramente accadere, se la gravità non fosse proporzionale alla quantità di materia.

AVVERTIMENTO II.

§. 382. La sudetta esperienza sembra a prima vista contraddire il nostro teorema, giacchè ciascheduno potrebbe dire, ch'essendo la gravità proporzionata alla quantità della materia, dovrebbe cadere più presto il corpo di maggior peso, che quello di minor peso; ma questo ragionamento è falso, poichè se uno per poco vada riflettendo, si persuade al contrario. Imperocchè, supponendo, che un corpo contenga 100 particell' elemen-

tari, nell'atto, che un'altro ne contenga una; dippiù si supponga, che le cento particelle, di cui è composto il primo corpo, siano tutte staccate. Allora è chiaro, ch' essendo le particelle elementari uguali, ed omogenee, competerà per ciascheduna un grado di gravità; laonde nessuno dura fatica a persuadersi, che le medesime debbono cadere nell' istesso tempo che casca quell'altra sola del secondo corpo. Ora da un altra parte è chiaro, che l'istesso dev' avvenire, se le 100 parti, sieno unite a formare il primo corpo giacchè sempre ad esso competeranno 100 gradi di gravità. Ciò però non avviene a quei corpi, che cascano per l'aria, attenta la sua resistenza, quale varia secondo il diverso volume, e la forza del peso de' medesimi.

TEOREMA II.

§. 383. *La gravità, al di fuori della superficie della terra, agisce nella ragion quadrata reciproca delle distanze dal centro della stessa.*

DIMOSTRAZIONE II.

Fig 51. Sia O il centro della terra, e sia LMS l'esteriore superficie della terra. Sia qualun-

lunque corpo prima nel punto A, indi nel punto K. Fingasi due superficie sferiche, concentriche PAX, FKZ, delle quali i semidiametri, sieno OA, OK. Per quanto si è detto, la gravità agisca in qualunque direzione, e distanza. Dunque l'azione della gravità si diffonda a guisa di raggi delle sfere. Or i raggi nella sferica superficie PAX meno si convergono che nella soperficie FKZ, dunque vien attratto con più vigore un corpo nella superficie PAX, che in FKZ; e sarà tanto maggiore l'attrazione nella superficie PAX, quanto meno i raggi OP, OC, OA, OB, OG si divergono nella superficie PAX in rapporto alla superficie FKZ; cioè saranno le gravità in A, ed in K, come le superficie sferiche. Ma le superficie sferiche sono come i quadrati de' diametri, o de' semidiametri, dunque sarà la gravità in A, alla gravità in K, come il quadrato OK, al quadrato OA; cioè la gravità agisce nella ragione reciproca quadrata delle distanze dal centro della Terra. Ciocchè e. c.

AVVERTIMENTO I.

§. 384. L'immortale Newton ha dimostra-

to, che al di sotto della superficie della terra, la gravità operi nella ragion diretta della distanza dal centro della terra; in guisache, più si avvicina un corpo al centro della terra, meno esso è attratto per la gravità. Lungo sarebbe il dimostrarlo; ma egli è facile a concepirsi, quando si consideri, che l'enorme numero delle particelle, di cui la massa di questa nostra terra è composta, gode ciascuna di una forza di attrazione: un corpo intanto di sotto della superficie della terra è attratto da innumerabili picciole forze, le quali sono in parte opposte; giacchè quelle al di sotto lo tirano verso il centro, e quelle al di sopra, lo attraggono con una forza contraria verso la superficie. Dunque un corpo quanto più s'avvicina al centro della terra, tantoppiù è maggiore il numero delle parti, che gli sovrastano, e che lo tirano verso la superficie; ond'è ch'esso è meno attratto verso il centro.

TEOREMA III.

§. 385. *I gradi di celerità di un corpo, che cade liberamente, si aumentano in ragion diretta de' tempi.*

Di-

DIMOSTRAZIONE

La gravità agisce continuamente e perennemente. Dunque mentre un corpo nella fine del primo istante di tempo acquista un grado di celerità, nella fine del secondo ne acquista un'altro, ritenuto il primo: così nella fine del terzo istante di tempo acquista un'altro grado di celerità, ritenuto il primo, e 'l secondo. Ciocchè dimostra, che esso in doppio tempo, acquista doppio grado di celerità, in triplo tempo, triplo grado di celerità; e perciò le celerità sono in ragion diretta de'tempi. Ciocchè e. c.

COROLLARIO I.

§. 386. Suppongasi che la linea AB esprima il tempo, e che il corpo nella fine di esso abbia acquistato la velocità indicata da BC. Si dispongano codeste due linee ad angolo retto ABC; indi si divida il tempo AB nei tempuscoli eguali AL, LK, KM, MN e. c. finalmente si conduchino L1, K2, M3 N4 e.c. parallele a BC, e che incontrino la linea AC; siffatte linee parallele indicheranno le velocità acquistate dal corpo nella fine de' tempi AL, AK, AM, AN; ch' è quanto, dire che nel- Fig. 52.

la fine del primo tempo AL, sarà L1 *la* velocità; nella fine del secondo tempo AK, sarà K2 la velocità, e così delle altre. Imperciocchè i triangoli AL1, AK2, AM3, AN4 e. c. sono simili, poichè le linee, nel triangolo ABC, sono tutte parallele a BC, per cui sarà AL: L1=AK: K2, e permutando, AL: AK=L1: K2: e così sarà ancora AK: AM= K2: M3 e. c. Or AL, AK AM e. c. dinotano i tempi, dunque L1, K2 M3, dinoteranno le velocità (§.)

COROLLARIO II.

§. 387. Facciasi l'istessa costruzione: OR, dinoterà la velocità acquistata nella fine del, tempo AO, la quale sicuramente non sarà nel principio del tempo AO, ma sibene ella si va accrescendo secondo le parallele ad OR, finche nella fine del tempo, si riduce ad OR: perciò tanto spazio descrive questo corpo nel tempo AO con questa velocità, che va sempre crescendo, quanto spazio descriverebbe, se caminasse nell'istesso tempo AO con moto uniforme, e colla velocità, la quale fosse mezza proporzionale tra la prima velocità infinitesima 1, 2, e l'ultima OR, acquistata nella fine del tempo AO. Quindi di-

Fig. 53.

vi-

visa AO in due parti eguali nel punto I, da cui tirata IG parallela ad OR, sarà appunto di quest'ultima, la metà (a). Ora nel moto equabile, la velocità moltiplicata pe 'l tempo da lo spazio; dunque ancora se si moltiplicherà IG per AO, c' indicherà il prodotto lo spazio precorso dal corpo in forza del moto della gravità. E siecome AO, moltiplicata per IG, metà di OR da il triangolo AOR (prop. 41. 1. di Euel.) dunque il triangolo AOR dinoterà lo spazio precorso dal corpo in vigore del moto di gravità. Non altrimenti va dimostrato che il triangolo ANM dinoti lo spazio precorso nella fine del secondo tempo: e così degli altri.

COROLLARIO III.

§. 388. Il triangolo ABC nel moto di gravitá, indica lo spazio precorso dal corpo nel empo AB, e colla velocità BC, acquistata nella fine del suddetto tempo. Or se il cor-o caminasse durante il tempo AB con mo-o equabile, e costantemente colla velocità) C, allora il parallelogrammo, cui AB sia l'altezza, e BC la base, dinoterà lo spazio

(a) Essendo IG parallela ad OR, sarà AI : AO = IG: (1; mà AI è metà di AO, dunque ancora IG è me- 1. di OR.

precorso dal corpo con moto equabile (§. 57.) Ma questo parallelogrammo è il doppio del triangolo ABC (prop. 41. l. 1. di Euclide); dunque quando il corpo istesso dopo aver corso un dato spazio in forza del moto di gravità, continui a muoversi per lo stesso tempo AB, ma colla velocità BC, e con moto equabile, farà in tale caso doppio spazio di quello, che avea caminato prima con moto uniformemente accelerato.

TEOREMA IV.

§. 389. *Nel moto di gravità, gli spazj sono nella ragion duplicata de' tempi, o delle velocità.*

DIMOSTRAZIONE IV.

I triangoli AOR, ANM, ALK, ABC pel corollario antecedente indicano gli spazj precorsi dal corpo nè tempi AO, AN, AL, AB: Ora codesti stessi triangoli a cagion delle parallele OR, NM, LK, BC sono simili (prop. 2 l. VI., e 29 l. 1. di Eucl.); altronde i triangoli simili sono tra di loro nella ragion duplicata de' lati omologhi (prop. 19. l. VI. di Eucl), dunque sarà AOR: ANM=AO²: AN², oppure AOR : ANM=OR²: NM², ma AO, AN indicano i tempi, ed OR, NM indicano le

le velocità, dunque resta dimostrato, che *nel moto di gravità, gli spazj sono nella ragion duplicata de' tempi, o delle velocità*, ciocchè e.c.

COROLLARIO I.

§. 390. Se egli spazj sono nella ragione duplicata de' tempi, o delle velocità, saranno viceversa i tempi, e le velocità nella ragione sudduplicata degli spazj; ossia come la radice quadrata de' medesimi. Quindi se lo spazio sarà come 4, sarà il tempo, o la velocità come 2; e se lo spazio sarà come 9, o 16, sarà la velocità, o il tempo come 3, o 4 e. c. radici quadrate di 9, 16.

COROLLARIO II.

§. 391. Adunque se nel primo minuto di tempo abbia il corpo precorso di spazio come 1, nel secondo minuto egli precorrerà spazio quadruplo, incluso però quello del primo minuto; così nel terzo minuto precorrerà lo spazio come 9; nel quarto come 16, e così degli altri, inclusi sempre gli spazj de' tempi antecedenti: Ora ciò posto, se mai s'escludano gli spazj de' tempi antecedenti, saranno gli spazj medesimi come i numeri dispari, cioè 1, 3, 5, 7, 9, 11, e. c.;

im-

imperciocchè se dallo spazio come 4 precorso nella fine del secondo minuto, si tolga lo spazio del primo minuto, resterà in effetti 3; e così dallo spazio 9 del terzo minuto, esclusi 1, e 3, spazj del primo, e del secondo, cioè 4, resterà 5: e così in appresso. Codesta verità apparisce ancora dalla semplice ispezione della figura. Difatti abassata dal punto R, RX perpendicolare a NM, nascerà il triangolo RMX= AOR, ed ecco come: Rx è parallela ad AN; ed essendo ambedue intersecate dalla terza AM, sarà l' angolo esterno XRM= NAM interno, e opposto; ma l'angolo in O=N perchè retti ambidue, dunque sarà ARO=RMX; e quindi saranno codesti due triangoli simili. Ed essendo i lati omologi AR, RM eguali, sarà il triangolo AOR=RXM. Di vantaggio è il parallelogrammo RN doppio del triangolo AOR, per essere le basi e le altezze eguali; perciò sarà tutto il trapezio ORMN triplo del triangolo AOR. Laonde sebbene il triangolo ANM, che indica la somma dello spazio nel primo, e nel secondo istante di tempo sia il quadruplo del triangolo AOR,

che

che dinota lo spazio fatto nel primo istante; pur tuttavia escluso dal triangolo ANM, il triangolo AOR, rimane il trapezio ORMN triplo del triangolo AOR; val quanto dire che lo spazio fatto nel solo secondo stante di tempo è triplo dello spazio fatto nel primo. Non altrimenti dimostrerassi che il trapezio NMKL è il quintuplo del triangolo AOR, e così degli altri. Quindi è che non ostante che gli spazj sieno nella ragion quadrata de' tempi, presi però separatamente sono come i numeri dispari.

COROLLARIO III.

§. 392. Essendo gli spazj come i quadrati de' tempi, potremo quindi rappresentare i tempi come le semiordinate, e gli spazj come le ascisse corrispondenti di una parabola. Così sia in effetti MNGR una semiparabola e s'intendano in essa adattate le semiordinate QN PG, OR nella ragione de' numeri naturali 1, 2, 3; indicando queste i tempi; indicheranno le di loro corrispondenti ascisse MQ, MP, MO, gli spazj precorsi nè suddetti tempi, dapoiche nella parabola i quadrati delle semiordinate sono come le sem- Fig. 54.

pli-

plici ascisse, egualmente che nel moto de' gravi i quadrati de' tempi sono come gli spazj.

AVVERTIMENTO I.

§. 393. Le teorie testè enunciate, e dimostrate, furono una volta dal P. Gianbattista Riccioli, con accurati sperimenti confirmate. Egli fè cadere dalla famigerata torre di Bologna molte palle di creta da diverse altezze, e ne osservò, coll'ajuto di esatti pendoli, gli spazj che precorsero in dati tempi. Fu dunque in seguito di queste osservazioni, ch' egli registrò la seguente tavola:

Vibrazioni del pendolo	Tempo		Spazio nella fine del tempo in piedi romani	Spazio fatto in ciascun tempo
	II	III		
5	0	50	10	10
10	1	40	40	30
15	2	30	90	50
20	3	20	160	70
25	4	10	250	90
6	1	0	15	15
12	2	0	60	45
18	3	0	135	75
24	4	0	240	105

§. 388.

§. 394. Questa tavola è divisa, come si vede, in quattro colonne. La prima contiene le vibrazioni del pendolo, che hanno a fianco in corrispondenza i minuti secondi, e terzi dalla seconda colonna; così a 5 vibrazioni corrispondono 50 minuti terzi, a 10 vibrazioni corrispondono 1 minuto primo, e 40 terzi, e così degli altri. Nella terza colonna vi sono gli spazj precorsi corrispondenti ai tempi, posti nella seconda colonna; ben inteso, che questi sono spazj, cui sono inclusi anche quegli dell' antecedenti tempi. Nella quarta colonna finalmente vi sono gli spazj presi separatamente ne' tempi corrispondenti anche nella seconda colonna. S'avverano in essa i teoremi da noi antecedentemente esposti, giacchè nella seconda colonna evvi scritto in primo luogo 50^{III}, ed in secondo luogo 1^{II}, 40^{III} che ridotti a minuti terzi, danno 100^{III}. Quindi abbiamo in primo luogo 50 minuti terzi, ed in secondo luogo 100, che sono nella ragione di 1: 2, ed i loro quadrati; di 1 4: frattanto trovandosi nell' istessa colonna 10, e poi 40, indicando gli spazj fatti nel primo, e secondo

do tempo, resta quindi confirmato, che i quadrati de' tempi sono come gli spazj. Altronde nella quarta colonna gli spazj sono come 10, 30, 50, 70, 90, cioè come 1, 3, 5, 7 9, resta dunque ancora confirmato che gli spazj, presi separatamente, sono come i numeri dispari.

AVVERTIMENTO II.

§. 395. L'Immortale Galileo, ch'espose il primo codesta teoria in rapporto ai tempi ed agli spazj de corpi che si muovono in vigore del moto di gravità, fu egli eziandio il primo a renderla stabile con l'esperienza. Fec' egli discendere una palla qualunque M lungo il piano inclinato AB avente 16 piedi di lunghezza; e diviso in quattro parti eguali Fig. 55. nè punti 4, 8, 12, 16, per una scannellatura in esso a bella posta fatta, e foderata di levigatissima pelle, ad oggetto che la palla suddetta nel momento che fosse scesa direttamente, non avesse sofferto ostacolo dalla scabrosità. Egli avvertì il tempo che impiegò a discendere i primi quattro palmi, quarta parte di tutto il piano: indi notò il tempo, impiegato dalla palla suddetta a discendere tutt' i

tutt' i 16 palmi, e vide che il primo era al secondo, come 1 : 2; i di cui quadrati sono come 1 : e 4. Ora gli spazj già erano in questa ragione, giacchè 4 : 16 = 1 : 4; restò quindi confirmato d'essere i quadrati de' tempi, come gli spazj.

AVVERTIMENTO III.

§. 396. Dandosi uno sguardo alla tavola soprascritta, trovasi in essa scritto che in un minuto secondo un corpo descrive 15 piedi (sebbene per altre osservazioni si hanno $15\frac{1}{12}$). Or non ostante che questo spazio può variare a motivo della resistenza dell' aria, e del diverso volume del corpo, è tuttavia codesta varietà di poco momento, precisamente ove si tratta di picciole discese; che si può senza positivo inconveniente tralasciare. Posto adunque, che un corpo descriva in un minuto secondo 15 piedi potrassi agevolmente sapere l'altezza p. e. di una torre, qualora si sappia in quanti minuti secondi desso percorra la medesima. Così suppongasi che un corpo impieghi a discendere l'altezza verticale di un' alto edificio, 5 minuti secondi; si troverà la sua altezza in questo mo-

modo: si prende il quadrato di 5, ch'è appunto 25 (giacchè gli spazj sono come i quadrati de' tempj); quindi, siccome lo spazio 15 descritto da un corpo in un minuto secondo, si stima come l'unità, moltiplicato adunque 25 per 15, il prodotto 375 darà l'altezza verticale del sudetto edificio. Al contrario sapendosi l'altezza p. e. di una torre, operandosi viceversa, possiamo sapere il tempo, che impiega un corpo a discendere la medesima. Fingiamo che si sappia l'altezza di questa torre di 375 piedi; dividendosi questo numero esprimente l'altezza per 15, ed estraendosi la radice quadrata, dal quoziente che si ottiene 25, ch'è appunto 5, ci persuaderemo che 5 minuti secondi impiegherebbe un corpo a discendere per la stessa. Codeste pratiche sono chiare per quel che si è detto di sopra.

AVVERTIMENTO IV.

§. 397. Galileo nello stabilire la suddetta teoria non badò che la gravità è nella ragion inversa delle distanze dal centro della terra, sul motivo che codesta considerazione non ha luogo a picciole distanze, ove si possono istituire siffatti esperimenti. Av-

Avvertimento V.

§. 398. In questo rapporto è la gravità della Terra alla luna. Essendo noto che la distanza di questa dal centro della Terra è di 60 semidiametri terrestri; ed essendo ciascun semidiametro, secondo le misure di Picardi, di 19, 618, 800 piedi; sarà 19618800 × 60 = 117, 658, 800 piedi, la distanza della luna dal centro della Terra. Quindi sia la Terra MGN, ed KQL l'orbita della luna, ch'essa descrive in 27 giorni, 7$^{or.}$ 43$^{'}$; e supposto che QK sia un'arco descritto in un minuto primo, noi sapremo di quanti minuti sarà l'istesso arco col seguente calculo: Fig. 56. se in 27$^{gior.}$ 7.$^{or.}$ 43$^{'}$ la luna descrive 360 gradi, in un minuto primo di ora quanti minuti di grado descriverà. E trovandosi il quarto proporzionale essere di 33$^{''}$, sarà di tanto l'arco QK (a). Altronde essendo QR il seno verso dell'arco QK, e dinotando questo la forza centripeta della Luna verso la Terra (§. 115); posto, come sopra, il seno tutto QO di piedi 117, 658, 800, e l'

P ar-

(a) S'avverta, che nell'istituire questo calcolo, fa mestieri ridurre i giorni, e l'ore a minuti primi di ora, e i 360 a minuti secondi di gradi.

arco QK di 33″, si avrà, conforme rilevasi dalle tavole de' seni, che il seno verso dell' arco di 33″ è di piedi $15\frac{1}{12}$. Quindi è, che la forza centripeta con la quale la Luna cascherebbe verso la Terra in un minuto primo, sarebbe tale, ch' ella descriverebbe in ogni minuto primo 15 piedi e $\frac{1}{12}$. E siccome la gravità è nella ragion inversa de' quadrati delle distanze (§. 383) perciò possiamo noi enunciare la seguente proporzione : *La gravità della Luna verso la Terra nella sua distanza, è alla gravità della medesima nella superficie della Terra come* 1 : $15\frac{1}{12}$ *moltiplicato per il quadrato della distanza della Luna medesima el centro della Terra, cioè per* 60; *vale a dire a* $15\frac{1}{12} \times 60 \times 60$.

§. 399. Ora supponiamo, ciò posto, che un corpo in un minuto secondo descriva 15 piedi e $\frac{1}{12}$ (a), sarà quindi in un minuto primo, cioè in 60 secondi lo spazio, come il quadrato del tempo 60 (§.) : e stimando $15\frac{1}{12}$ come l'unità, sarà lo spazio che un corpo descrive nelle vicinanze della Terra, come $15\frac{1}{12} + 60 + 60$. Laonde essendo tale lo spazio

(a) Difatti un corpo lasciandolo liberamente cadere, descrive in un minuto secondo piedi $15\frac{1}{12}$

zio, secondo la teoria della gravità della Luna, saranno i corpi tratti verso la Terra nell'istesso senso ch'è tratta la Luna dalla medesima. (*a*)

CAP. XXIII.

Del moto de' corpi per piani inclinati.

Definizione I.

§. 400. LA *gravità assoluta* e' quella, in forza della quale un corpo qualunque discende all'orizzonte liberamente, e verticalmente, senza niuno ostacolo.

Definizione II.

§. 401. La *gravità relativa* è quella parte della *gravità assoluta* per la quale un corpo qualunque discende lungo i piani inclinati. Fig 57. Sia p. e. A una palla qualunque la quale discenda pel piano MN inclinato all'orizzonte NK; dal centro della stessa si abbassi AR perpendicolare ad NK; sia AG la *gravità assoluta*, cioè la gravità per la quale un corpo discenderebbe verticalmente all'orizzonte;

(a) Descrivendo la luna in un minuto primo verso la Terra piedi $15\frac{1}{12}$; con le leggi note della gravità un corpo avrebbe da descrivere altretanto spazio in un minu-

codesta forza di gravità AG si risolva in AB, che agisca verticalmente rispetto al piano MN, e in BG (§. 103): si vedrà quindi chiaramente che la forza AB parte della gravità assoluta AG, vien ad essere intieramente distrutta della resistenza che l'offre il piano, cui è perpendicolare; rimarrà intanto solamente la BG per la quale il corpo discenderà pel piano inclinato, e che appellasi appunto gravità relativa.

COROLLARIO I.

§. 402. Quindi AG starà a BG, come la gravità assoluta alla gravità relativa.

TEOREMA I.

§. 403. *La* gravità assoluta *è alla relativa, come MN, lunghezza del piano a MK di lui altezza.*

DIMOSTRAZIONE I.

Essendo la gravità assoluta alla gravità relativa, come AG : BG (prec.), ed essendo i triangoli AGB NGR equiangoli, poicchè l'angolo AGB è uguale all'NGR come verticali, e l'angolo in B uguale all'angolo in R come retti, perciò sarà il terzo in A uguale al

---

nuto secondo, come difatti lo descrive; perciò la Luna è soggetta ancora alla gravità della nostra Terra.

al terzo in N, perciò saranno simili, (prop. 9. l. VI. di Eucl.); e poicchè il triangolo NGR è ancora simile al triangolo NMK perchè equiangoli, a cagione di GR parallela a MK; sarà quindi il triangolo AGB simile al triangolo NMK (prop. 29. l. 1. di Eucl.) Laonde sarà AG: GB=MN: MK, cioè la *gravità assoluta* sarà alla *gravità relativa*, come la lunghezza del piano MN alla sua altezza MK, oppure in altri termini: come il seno tutto al seno dell'angolo d'inclinazione prendendosi MN, come ipotenusa, per seno tutto, sarà dunque MK seno dell'angolo d'inclinazione MNK (§. 237) Ciòcchè e. c.

COROLLARIO I.

§. 404. Poicchè la gravità assoluta è alla gravità relativa come la lunghezza del piano alla di lui altezza; siccome questa proporzione si verifica in ogni punto del piano inclinato, dunque in quell'istessa ragione che cresce la velocità, o lo spazio di un corpo, che cade liberamente, così per lo piano inclinato: quindi tutte le proporzioni stabilite in rapporto allo spazio, alla velocità, al tempo de' corpi che cadono liberamente, debbono valere ancora per i corpi, cadenti per i piani inclinati;

ciocchè è ancora dimostrato dall' immortal Galileo. (§. 395)

TEOREMA II.

§. 405. *La velocità, che un corpo, nella discesa per un piano inclinato, acquista, in un dato tempo sta alla velocità ch' egli acquisterebbe cadendo liberamente, anche nell' istesso tempo, come l' altezza del piano alla di lui lunghezza.*

DIMOSTRAZIONE

Egli è chiaro che le velocità sieno in ragione delle forze; Ora le forze, ossia la gravità relativa, ed assoluta sono nella ragione dell' altezza del piano, alla di lui lunghezza (§. 403), dunque anche le velocità saranno nell' istezza ragione. Ma il corpo che cade per un piano inclinato, cade colla gravità relativa; ed un corpo che cade liberamente cade colla gravità assoluta (§. 401) dunque è chiara la verità del teorema Ciocchè e. c.

TEOREMA III.

§. 406. *Gli spazj precorsi dal corpo nell'istesso tempo, per un piano inclinato, e per la direzione verticale, sono nella ragione dell' altezza del piano alla di lui lunghezza.*

DIMOSTRAZIONE

Imperciocchè siccome un corpo, o che cada per un piano inclinato, o per la direzione verticale, camina sempre con moto uniformemente accelerato (§. 404), dunque saranno gli spazj come le celerità, poicchè gli spazj sono gl' effetti delle celerità, essendo ancora per ipotesi i tempi eguali. Quindi essendo la celerità per un piano inclinato, a quella per la direzione verticale come l' altezza del piano alla di lui lunghezza (§. 405), saranno gli spazj nell' istessa ragione. Ciocchè ec.

COROLLARIO I.

§. 407. Adunque supposto, che un corpo qualunque, in un minuto percorra l' altezza AG con moto libero, e verticale, sarà egli agevole il rattrovare lo spazio, precorso nell' istesso minuto pel piano inclinato AL; ed ecco come: Si abassi dal punto G, la perpendicolare GB al piano inclinato AL. E siccome l' angolo AGL è retto, perchè fatto dal piano orizzontale LG, e dalla perpendicolare AG, sarà AL : AG=AG : AB (coroll. 1. prop. 8. lib. VI. di Eucl.). Ma AL : AG Fig 58.

indica la ragion dello spazio per la direzione verticale, allo spazio per lo piano inclinato (§. prec.) dunque la ragione di AG : AB esprimerà ancora la ragione dello spazio precorso verticalmente, allo spazio per lo piano inclinato; vale a dire che nel tempo che il corpo descrive l'altezza AG, descrive AB per lo piano inclinato.

COROLLARIO II.

§. 408. Quindi ne siegue, che nell' istesso tempo, nel quale un corpo percorrerebbe AG diametro del circolo ABGM, verticale al piano orizzontale GL in questo tempo appunto percorrerà tutte le corde di siffatto cerchio, Fig. 59. come AB, AK. Imperciocchè prodotte le corde AB, AK finchè convengono colla GL, ne' punti L, R; come ancora congiunti BG, KG, saranno gli angoli ABG, AKG, come angoli nel semicerchio ABG, ambidue retti. Dunque nel medesimo tempo, che percorrerà il corpo AG, diametro del circolo, ossia l' altezza del piano AL, nel medesimo tempo percorrerà AB; poicchè GB è perpendicolare ad AL e per una simile ragione tutte le possibili corde del cerchio ABGM. Ciò però non è per-

è perfettamente confirmato dall' esperienza a cagion della resistenza dell' aria.

LEMMA

§. 409. *Se tre quantità sono in proporzione continua come* 8, 4, 2, *sarà la prima alla seconda in ragion sudduplicata, della prima alla terza; cioè sarà* 8 : 4 = $\sqrt{8}$: $\sqrt{2}$.

DIMOSTRAZIONE

Imperciocchè 8 : 2 è in ragion composta di 8 : 4, e 4 : 2; ma queste ultime ragioni sono eguali, dunque la ragione di 8 : 2, è duplicata della sola 8 : 4. Or se 8 : 2 è duplicata di 8 : 4; sarà 8 : 4 sudduplicata 8 : 2; vale a dire che sarà la prima alla seconda nella ragion sudduplicata della prima alla terza, ciocchè e. c.

TEOREMA IV.

§. 410. *Il Tempo, che un corpo consuma a discendere il piano inclinato AL sta al tempo ch' egli consumerebbe nel discendere l' altezza AG, direttamente come AL : AG.* Fig 52.

DIMOSTRAZIONE

Imperciocchè il corpo camina pel piano inclinato con moto uniformente accelerato; dunque il tempo che consuma nel discendere

per

per AL è al tempo che consumerebbe discendendo per AB, come $\sqrt{AL} : \sqrt{AB}$ (§. 390), cioè nella ragione sudduplicata degli spazj AL, AB, o sia nella ragion semplice di AL, AG (§. prec.), imperciocchè AL, AG, AB, sono in proporzione continua (coroll. 1. della prop. 8 l. VI. di Eucl.) Ma il tempo che consuma nel discendere per AB, è l'istesso di quello che consumerebbe discendendo per AG (§. 407) dunque ancora il tempo che consuma per AL è al tempo per AG, come AL : AG. Ciocchè e. c.

AVVERTIMENTO I.

§. 411. Non ostante che il tempo che il corpo consuma per AL, sia maggiore del tempo per AG, pur tuttavia il corpo istesso nella fine di AL, o di AG, cioè ne' punti L, e G si trova aver acquistata l'istessa velocità; imperciocchè la forza ossia la gravità per AL, sta alla gravità per AG, reciprocamente come AG : AL (§. 403): ma il tempo per AL, è al tempo per AG direttamente come AL : AG, dunque le forze saranno nella ragion inversa de' tempi; e quindi gli effetti, (che sono le velocità) nella fine degli spazj, saranno eguali.

COROLLARIO I.

§. 412. Quindi ne siegue; che tirandosi molti piani inclinati, avendo l'istessa altezza, un corpo che caminasse per cotali piani diversi, acquisterebbe nella fine del suo camino gli stessi gradi di velocità, ch' egli guadagnerebbe nella fine della comun altezza.

COROLLARIO II.

§. 413. Di vantaggio, dati più piani AG; GR, RM, diversamente inclinati in guisa tale, che formasseso angoli ne' punti G, R; e prolongato l'ultimo piano MR, finchè convenga con AL parallela all'orizzonte MO nel punto L, il corpo che avrà percorsi codesti piani si troverà con tali gradi di velocità nel punto M, cioè nella fine del piano RM, quanti ne avrebbe asquistato nel percorrere da L ad M pe'l solo piano LM; o da L ad O; ch'è altezza comune de' piani AG, GR, RM. Imperciocchè gl' istessi gradi di velocità acquista un corpo nel punto G, descrivendo AG, chr se discendesse per BG; per essere i piani AG, BG dell'istessa altezza: Similmente acquisterà egli l' istessa velocità nella fine del piano BR, che se fosse disceso Fig. 60.

pel

pel piano inclinato LR, giacchè hanno questi ancora l'istess'altezza: e finalmente per l'istessa ragione sarebbe l'istesso percorrere AG GR, RM, che il solo piano LM oppure per la dilui altzzea LO. Quindi resta dimostrato, quanto si è avanzato.

AVVERTIMENTO II.

§. 414. E' d' avvertirsi intanto, che gli angoli in G, ed R debbano essere molto ottusi, ciocchè val lo stesso, che i piani debbano essere quasi nell'istessa direzione; altrimenti si verrebbe a recare ostacolo al libero moto del corpo: codesto ostacolo si può mettere in calcolo mediante la risoluzione delle forze.

COROLLARIO III.

§. 415. Se il corpo A discenda per una curva AB, e che sia parabolica, o elittica, o altra; e il punto B sia termine della curva suddetta, aequisterà egli dopo averla percorsa, tanta, e tale velocità, che se avesse descritto la perpendicolare AL menata alla tangente BL. Imperciocchè considerando i moderni geometri ciascuna curva, come un poligono d' infiniti lati infinitesimi, e diver-

F §61.

sa-

samente inclinati, possiamo quindi, senza sensibile errore, riguardare la curva AB, come un' unione di codesti piani infinitesimi, diversamente inclinati; e quindi (§. 413) il corpo rattrovandosi nel punto B, dopo aver discesa la curva AB, o nel punto L, dopo aver discesa l' altezza perpendicolare AL, si troverà di aver sempre acquistato gl' istessi gradi di velocità; cioè che la velocità in B, sarà come la radice quadrata di AL.

CAP. XXIV.

Dell' oscillazione de' penduli.

Definizione I.

§. 416. Per *pendolo* s'intende un filo metallico inflessibile AB, mobile intorno al punto A, nella cui estremità, evvi attaccato qualunque corpo B. Fig. 64.

Definizione II.

417. Se il pendolo dallo stato di quiete, ed al sito perpendicolare AB, si porti in quello di AG, ed indi si abbandoni a se stes-

so; passerà egli a segnare, mercè la sua forza di gravità, GBL; e poi LBG, descrivendo l'arco circolare. Codesto moto reiterato si chiama *oscillazione* del pendulo.

DEFINIZIONE III.

§. 418. Se due penduli nel medesimo tempo facciano eguale numero di oscillazioni; o se un'istesso pendulo faccia le sue oscillazioni in tempi eguali, saranno appellate codeste oscillazioni *isocrone*.

OSSERVAZIONE.

§. 419. Il pendulo AB, una volta rimosso dal sito perpendicolare, e portato a quello di AL, ed indi abbandonato a se stesso, discenderebbe per l'arco LBG: mercè la sua forza di gravità: e giunto al sito di AG, ritornerebbe, ed ascenderebbe continuamente l'arco suddetto GBL qualora l'attrito in A, e l'aria, non ce lo vietassero.

AVVERTIMENTO I.

§. 420. Discendendo il corpo l'arco LB, discende con moto uniformemente accelerato, perchè discende colla forza di gravità; quindi nel punto B acquista tanta celerità, onde possa egli ascendere l'arco BG=BL con mo-

to

to uniformemente ritardato. Ora giunto nel punto G, la celerità acquistata in B, resta interamente distrutta dalla gravità del medesimo; ond'egli dovrebbe fermarsi, se la forza istessa di gravità non l'obbligasse a discendere nuovamente per l'arco GB; ed indi, nell'istesso modo, ascendere per BL.

COROLLARIO I.

§. 421. Dal punto B, tirata la linea orizzontale BR, e dal punto L abbassata la perpendicolare LR, il corpo del pendulo nel punto B, dopo aver disceso liberamente LB, acquisterà la velocità come se discendesse per l'altezza LR; cioè sarà la celerità in B, come la radice quadrata di LR (415). Fig 65.

TEOREMA I.

§. 422. *Il pendulo OA oscillando nell' arco AMK, si muove nell' istessa guisa, che se il corpo non tenuto dal filo metallico OA discendesse per il piano curvo inclinato AM.*

DIMOSTRAZIONE.

Dal punto A, si tiri AL tangente alla curva AM. Si prolunghi OA verso B. Dal punto A si tiri AG perpendicolare all' orizzonte. Finalmente intorno ad AG, si descri- Fig.66.

scriva il parallelogrammo ABGL: In questa maniera la gravità assoluta del corpo A, espressa da AG, vien risoluta nelle due forze AB, AL; delle quali la prima essendo intieramente distrutta dal filo metallico OA, il corpo discenderà colla rimanente forza per AL, la quale essendo tangente all'arco AM, sarà la medesima cosa che se il corpo del pendulo discendesse pel piano inclinato AL. Quindi siccome l'istesso accaderebbe qualora il corpo suddetto del pendulo, cadesse liberamente; e privo del filo metallico OA per gl' infiniti, infinitesimi piani, i quali giusta la considerazione del §. 415 costituiscono la curva AM; dunque è chiaro l'enunciato. Ciocchè ec.

TEOREMA II.

§. 423. *Se due penduli AR, AM descrivano archi simili GRK, BML, saranno i tempi delle loro oscillazioni, nella ragione sudduplicata delle lunghezze degli stessi AR, AM.*

Fig. 67.

DIMOSTRAZIONE

Imperciocchè gli archi GRK, BML disegnano gli spazj percorsi dai penduli: ma il moto di questi, è eguale a quello che si eseguirebbe, qualora i corpi G, B privi de' fi-

li

li metallici AG, AB discendessero liberamente per i suddetti archi (§. prec.); altronde, nel moto di gravità i tempi sono nella ragione sudduplicata degli spazj, dunque saranno i tempi nella ragion sudduplicata degli archi simili GRK, BML. Quindi essendo gli archi simili, come i diametri, o semidiametri, saranno i tempi nella ragion sudduplicata de' semidiametri AR, AM, che sono la lunghezza de' pendoli AR, AM. Ciocchè e. c.

COROLLARIO I.

§. 424. Sia p. e. la lunghezza del pendulo AR di un palmo, e la lunghezza di AM, di quattro palmi. E' agevole a comprendersi da quanto si è detto, che se il pendulo AR compia la sua oscillazione in un minuto secondo, il pendulo AM la compierà in due minuti secondi.

AVVERTIMENTO.

§. 425. Il pendulo è allungato in qualche maniera dal calorico, in guisa che le sue oscillazioni non sono sempre isocrone, ma sieguono la diversità della temperatura. Quindi se un'istesso pendulo venisse portato in diverse regioni, p. e. dalla Lapponia nell'

Etiopia, farebbe in questa in maggior tempo le sue oscillazioni, giacchè il calorico dell'alta temperatura di codesta regione farebbe si che il filo metallico venisse in qualche maniera ad allungarsi. Potrassi intanto dire, che il diverso stato dell'atmosfera, come il diverso stato del calore, del freddo, di umidità, di siccità e. e. sono tutte cagioni valevoli ad indurre irregolarità ne' penduli, e negli orologi destinati a disegnare il tempo.

§. 426. Oltre a ciò il pendulo non può eseguire le sue oscillazioni isocrone per cagione della resistenza dell' aria, la quale farà si ch'egli minori continuamente i suoi archi. Tuttavia qualora esegua le sue oscillazioni in un' arco quasi infinitesimo, saranno in tal caso isocrone, cioè designeranno l'istesso tempo. Fig. 89 In effetti sia a cagion d'esempio un pendulo molto lungo AL, che oscilli in un arco quasi infinitesimo, la di cui metà, sia BL. L'arco BL, per la sua picciolezza, potrassi senza errore sensibile confondere colla corda BL; ond'è che il medesimo descriverà l'arco BL, col medesimo moto, che se il corpo in B, discendesse per la corda BL (§. 415)

415) Ma si è altrove dimostrato (§.408), che il corpo istesso nel medesimo tempo percorrerebbe tutte le corde del medesimo cerchio, e grandi, e picciole; dunque anche quando il pendolo suddetto facesse le sue oscillazioni ineguali, designerà sempre l'istesso tempo. Per questa considerazione gli Astronomi si servono di penduli lunghissimi, acciò i medesimi nelle loro oscillazioni, facciano picciolissimi archi.

AVVERTIMENTO I.

Prima di lasciare la teoria de' pendoli semplici, è necessario parlare del pendulo cicloidale di Eugenio. Per renderci vie maggiormente chiari, esporremo la natura, ed alcune proprietà della cicloide che riguardano più da vicino il nostro soggetto, pria di entrare nella spiegazione delle teorie.

DEFINIZIONE I.

§. 427. Sia AA una linea orizzontale, la quale sia toccata dal circolo AB nel punto A, verso la sinistra della retta. Si rivolga questo circolo sopra la medesima retta AA, procedendo sempre avanti: in questo caso il punto in A s' inalzerà sempre in guisa che giunto in a, il punto B si ritroverà in b; e con- Fig 79

tinuando a caminare il circolo suddetto, di nuovo il punto A toccherà la linea dalla parte destra. Ora codesta curva AaA generata dal punto A nel modo espresso, chiamasi *cicloide*.

DEFINIZIONE II.

§. 428. Se dal vertice a della *cicloide*, si abbassi la retta ab, perpendicolare ad AA, la medesima ab si chiamerà *asse* della *cicloide*.

DEFINIZIONE III.

§. 429. Se da punti N, b si elevano le rette NM, bA, perpendicolari ad ab, e che si prolungono poi finche incontrino la curva ne' punti M, A, si chiameranno a N, ab *ascisse*, e le rette NM, bA, *semiordinate*; e finalmente tutta AA chiamasi *base* della *cicloide*.

DEFINIZIONE IV.

§. 430. Il circolo, dalla di cui rivoluzione nasce la cicloide si chiama *circolo generatore* della *cicloide*.

Proprietà della Cicloide.

§. 431. Se dal punto M della cicloide, si Fig. 71 meni MN perpendicolare all'asse RB, che incontri il circolo generatore RSB nel punto S; e dal punto medesimo M, si tiri una tangente alla curva cicloidale ARL, con congiun-

giungersi la corda del circolo SR, egli è dimostrato da' Geometri, che la tangente MO, è parallela alla corrispondente corda SR; che MS è eguale al corrispondente arco circolare SR; e finalmente che l'arco cicloidale MR è doppio della corda circolare corrispondente SR.

Prima di entrare nella teoria del pendulo cicloidale, vuopo è premettere il seguente Lemma.

LEMMA.

§. 432. *Se un corpo venga tratto sempre verso N, in modoche la forza in A sia alla forza in M, come AN, al MN, descriverà egli nell' istesso tempo gli spazj diversi AN, MN.* Fig. 72.

DIMOSTRAZIONE.

N' è evidente la ragione imperciocchè sebbene lo spazio AN sia maggiore dello spazio MN, ciò non ostante, essendo la forza in A maggiore della forza in M per ipotesi, compenserà quindi la forza maggiore il maggior spazio, che dee descrivere; e perciò nell' istesso tempo descrive i suddetti diversi spazj Ciocchè e. c.

TEOREMA I.

§. 433. *Un corpo discendendo per la semicic-*

cloide AP, nell' istesso tempo descrive tanto l' arco maggiore GP, che l' arco minore MP.

DIMOSTRAZIONE

Dai punti G, M si menino GQ, MO, perpendicolari all' asse BP, che incontrino il
Fig.73. cerchio generatore ne' punti I, ed N; indi si congiungono le corde IP, NP, IB, NB, e dal punto G si tiri la tangente GR che riuscirà, per quanto si è premesso, parallela alla corda IP. Ciò posto, siccome il corpo in G è come se discendesse per una retta infinitesima, che costituisce un'elemento della cicloide (considerando le curve, come poligoni d' infiniti lati); e siccome la retta infinitesima prolungata riesce tangente alla suddetta curva, sarà quindi, che il corpo trovandosi in G, è come se discendesse per la tangente GR. Di vantaggio essendo GR parallela a IP, ed essendo QP la di loro comune altezza, sarà la gravità in G, eguale alla gravità in I (a) (considerando sempre che il corpo discenda per la corda IP, non ostante che discende per l' arco cicloidale GP). Or la gravità relativa per IP

(a) Essendo GR, IP parallele, siccome si ha dal §. 431, saranno egualmente inclinate all' orizzonte, quindi la gravità relativa in G sarà l' istessa, che in I,

IP, è alla gravità assoluta, come QP altezza del piano IP, alla lunghezza IP (§. 403): ed essendo QP, IP BP in continua proporzione (corol. della prop. 8. del l. VI. di Eucl.), sarà quindi la gravità relativa, all' assoluta, come IP a BP. A qual oggetto chiamando g la gravità relativa, e G la gravità assoluta, avrassi g : G = IP : BP. Non altrimenti si dimostra, che la gravità relativa in M, o in N sia alla gravità assoluta, come NP : BP. Quindi chiamando q la gravità relativa in N, e G la gravità assoluta, sarà q : G = NP : BP. Avendo dunque nella prima proporzione

g : G = IP : BP

sarà permutando

g : IP = G : BP,

E nella seconda proporzione, avendo

q : G = NP : BP

sarà ancora permutando

q : NP = G : BP.

Adunque, se all'istessa ragione di G : BP, è eguale tanto la ragione di g : IP, quanto , sarà perciò

= q : NP

pre-

e permutando

g: q = IP : NP

Cioè sarà la gravità relativa in I, ossia in G, alla gravità relativa in N, ossia in M, come IP: NP. Or l'arco cicloidale GP è doppio di IP (§. 431); e MP per l'istessa ragione è doppio di NP, dunque sarà la gravità relativa in G, ossia la forza, colla quale tende al punto P, alla forza in M, come GP: MP; vale a dire, direttamente come le distanze dal punto P. Intanto avendo dimostrato altrove (§. 432) che qualora un corpo tende verso di un punto, e la forza colla quale è tratto verso di esso è nella ragione della distanza da esso punto; il corpo allora in tempi eguali precorre spazj ineguali, dunque il corpo tanto tempo impiega a descrivere l'arco maggiore GP, che il minore MP; e perciò tanto tempo ancora impiega a descrivere GPZ, doppio di GP, che MPX doppio di MP. Ciocchè e. c.

AVVERTIMENTO I.

§. 434. Dopo di aver il sublime Eugenio indagato quanto di sopra si è esposto, gli restava tuttavia a sapere la maniera onde un pen-

pendolo fosse obbligato a descrivere archi cicloidali, e non già circolari, e ci pervenne mercè della teoria delle evolute, ed evolventi. Costruì a tale oggetto due lamine metalliche AB AL, che avessero formato due semicicloidi, unite nel punto A, riguardandosi colla loro convessità: indi prese un filo AN, lungo quanto lo è una delle cicloidi; cioè due volte il diametro del circolo generatore (431) al di cui estremo N, eravi legato il globo N; ed era l'altra estremità immobile in A. Ciò fatto egli è chiaro, che applicandosi il filo del pendulo alla semicicloide AB, il globo N, passerà in B; e lasciandolo nella sua piena libertà, il filo mano mano si staccherà; restando tesa sempre quella porzione, che si svolge dalla cicloide: così il globo essendo in S, il filo staccato si disporrà in RS; restando l'altra porzione adattata ad RA della semicicloide: così in appresso si disporrà in XM, e quindi in AN, in dove si troverà tutto svolto il filo; ed il globo N allora si troverà nel punto infimo della cicloide. Intanto colla velocità acquistata in N, il globo medesimo risalirà, ap- Fig. 74.

pli-

ne sia questo pendolo in teoria preferibile al pendulo circolare, è stato ciò non ostante posto in abandono da Fisici, a ragion che in pratica, sia che il filo non è sempre teso, circostanza interessantissima, sia che una certa aderenza del medesimo alle lamine, faccia, che le oscillazioni non sieno isocrone; non corrispondea egli ai voti. Gli Astronomi dunque hanno voluto servirsi piuttosto nelle loro osservazioni di pendoli circolari, ma che descrivessero archi infinitamente piccioli; riuscendo così esatti (§. 426), con il vantaggio però di non essere così complicati come i pendoli cicloidali (a).

AVVERTIMENTO II.

§. 436. Dopo la teoria de' pendoli hanno potuto i fisici dimostrare, che la figura della Terra sia elevata ne' luoghi equatoriali, e depressa in quelli polari. Imperciocchè essendo stati spediti nel 1672 dall' Accademia di Parigi due valenti mattematici, i Signori Richer

(a) Chi desiderasse di vantaggio su questo soggetto, potrà leggere la dotta nota di Monsignor Orlandi decoro della nostra Università, e mio predecessore, apposta all' opera di Muschenbroek.

cher, e Maupertuis, l'uno nell'Isola di Cajenna, la quale è distante dall'Equatore di 5 gradi, e l'altro verso i luoghi polari, ad oggetto di osservare le mutazioni de' penduli; si vide che il Signor Richer dovette accorciare il suo pendulo, perchè questo avesse fatte le oscillazioni isocrone a quella che facea in Parigi, giacchè in Cajenna ritardava; laddove all'opposto il Signor Maupertuis fu obbligato di allungarlo. A buon conto i pendoli oscillano meno nei luoghi Equatoriali, che ne' polari; e siccome dessi oscillano in forza della gravità, puossi dunque liberamente inferire, che i corpi gravitano meno nelle parti equatoriali, che in quelle polari. Altronde, siccome la gravità agisce nella ragione inversa de' quadrati delle distanze dal centro della Terra (§. 383), saranno quindi i luoghi equatoriali, de' luoghi polari, più distanti dal centro della Terra. Dal che si scorge che la figura della Terra è una sferoide, elevata nell'equatore, e depressa ne' poli.

CAP.

CAP. XXV.

Dei Pendoli composti.

Definizione.

§. 437. SE si concepisca il filo del pendulo privo di gravità, che abbia in una delle sue estremità un corpo annesso, chiamerassi allora *pendulo semplice*, di cui già si è parlato abbastanza. Ma se al contrario, a diverse distanze dal punto A, sieno attaccati varj corpi, p. e. L, R e. c. codesto pendulo sarà additato col nome di *composto*. Fig. 75.

Avvertimento I.

§. 438. Sia la distanza di L dal punto A di un piede a cagion d'esempio, e quella di R di quattro; e si suppongano disgiunti i corpi L, ed R in guisa che costituiscano due pendoli semplici, e separati AL, AR. Per quanto si è detto (§. 424) chiaro si scorge, che se il pendulo semplice AL in cadauna oscillazione disegni un minuto secondo; designerà due minuti secondi l'altro pendolo semplice AR, qualora però descrivano archi simili. Or se

si

si finga i due suddetti pendoli semplici composti in uno ALR, il corpo L descriverà l'arco BLG, nel medesimo tempo, che il corpo R descrive KRM: e quindi nè il corpo L potrà compiere la sua oscillazione in un minuto, nè quello in R la potrà in due minuti secondi, come si è supposto, per la ragione che il primo è ritardato dal secondo, è questo pe'l contrario è accelerato dal primo; per cui il pendolo composto ALR eseguirà la sua oscillazione tra uno, e due minuti secondi: in maniera che se si troverà un punto qualunque p. e. O, tra L, e R, e si faccia il pendulo semplice della lunghezza AO, quando questo pendolo farà le sue oscillazioni isocrone a quelle del pendulo composto ALR, allora il punto O, si chiamerà il *centro* di *oscillazione* del pendolo composto medesimo.

Avvertimento II.

§. 439. Varj metodi si praticano onde trovare il centro di oscillazione. Il seguente però è il più usitato: Si moltiplichino i pesi dei corpi del pendolo per i quadrati delle di loro distanze; indi si sommino i prodotti; final-

nalmente si divida questa somma per la somma de' prodotti che si ottengono dalla moltiplica dei pesi, per le semplici distanze, ed avrassi nel quoziente la distanza del centro di oscillazione. Così sia a cagion d'esempio il corpo L di 2 once, è la distanza dal punto A di 1 piede; e 'l corpo R di 3 once, ma la distanza dal medesimo punto di 4 piedi, sarà $1\times1\times2+4\times4\times3$; cioè $2+48=50$. La qual somma somma divisa per $1\times2+4\times3$; cioè per $2+12=14$, darà il quoziente $3\frac{8}{14}=3\frac{4}{7}$. Quindi chiaro si scorge che il centro di oscillazione è tra la distanza del corpo L, e quella del corpo R, cioè tra 1, e 4 piedi; avvegnacchè il quoziente $3\frac{4}{7}$, è maggiore di 1, ma è poi minore di 4. La ragione di questa pratica, dipendendo da premesse, complicate per i calcoli di cui sono corredate, ad oggetto di non renderci tediosi alla gioventù studiosa, ce ne dispensiamo volentieri.

Avvertimento III.

§. 440. Evvi ancora un altro metodo pratico per determinare il centro di oscillazione. Desso è quanto semplice, e facile, altret-

trettanto chiaro; ed è il seguente: Si prenda un filo di pochissimo peso per quanto è possibile, MN; nella cui estremità N sia un peso, eguale alla somma de' pesi di L, R; indi si faccia oscillare il pendolo MN, il quale si abbrevii, ed allunghi finchè faccia le sue oscillazioni isocrone a quelle del pendolo composto AR. Ciò posto, si adatti il punto M, al punto A; e si osservi in qual punto del filo AR, cada il centro del corpo N; supponiamo di corrispondere il centro N al punto O, e sarà questo appunto il centro di oscillazione del pendolo composto AR.

Fine del Primo Tomo.

607539

TAVOLA I.

Fig. 2.

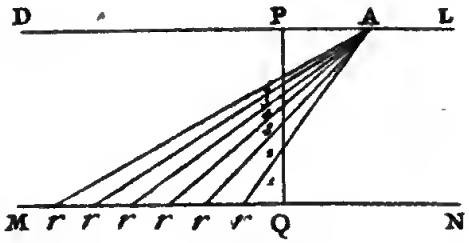


Fig. 4.

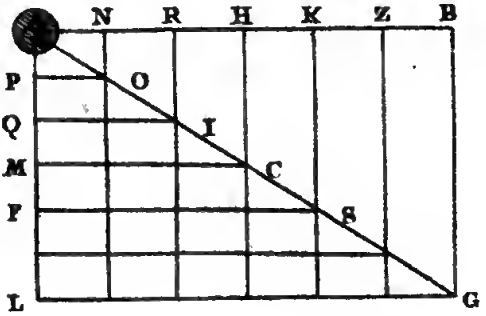


Fig. 6.

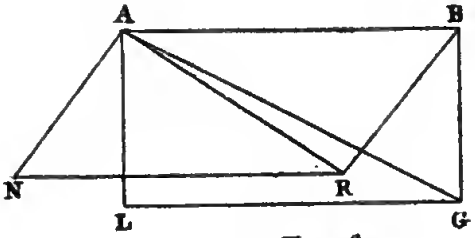


Fig. 8.

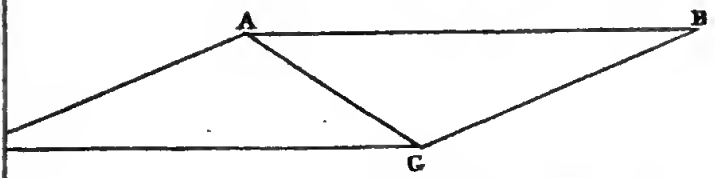


Fig. 10.

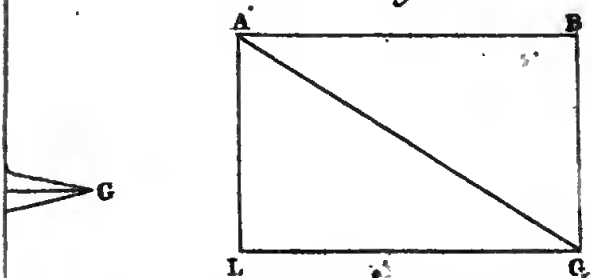


Fig. 12.

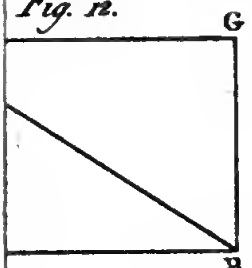


Fig. 13.

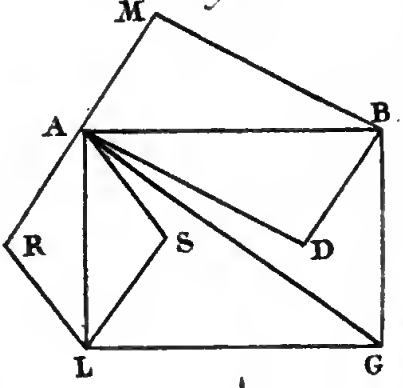


Fig. 15.

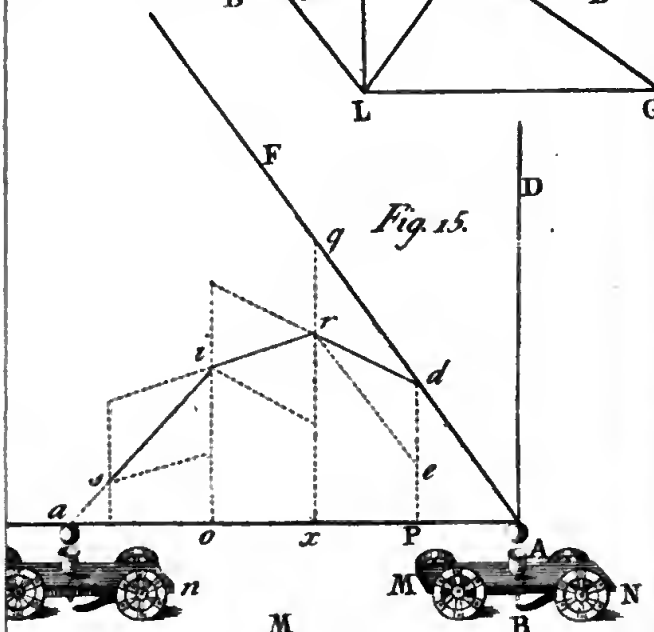


Fig. 17.

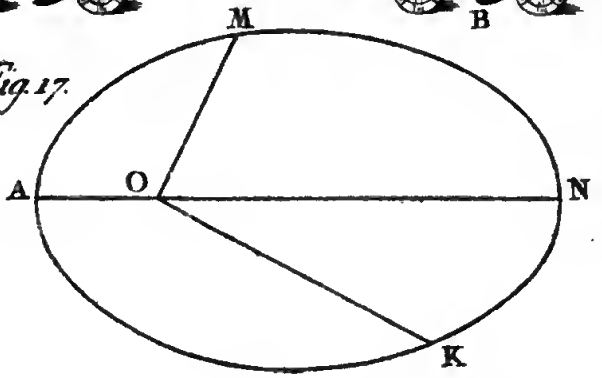


Fig. 19.

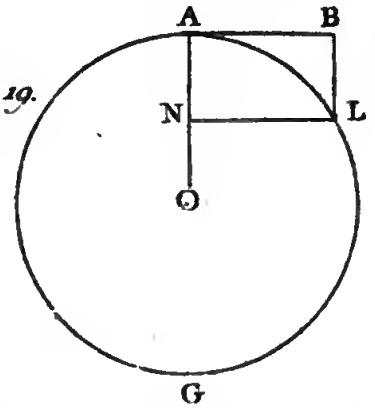
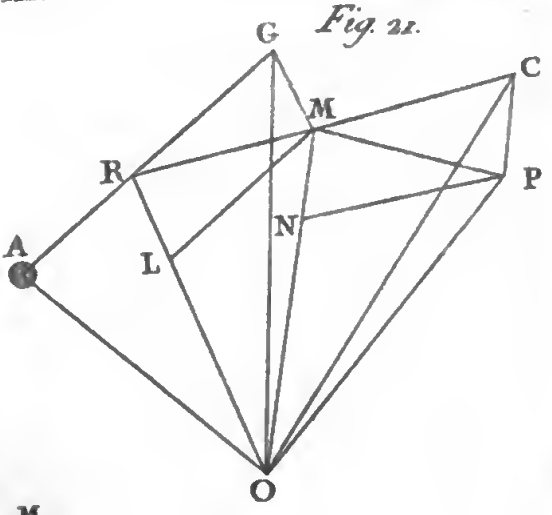


Fig. 21.



22.

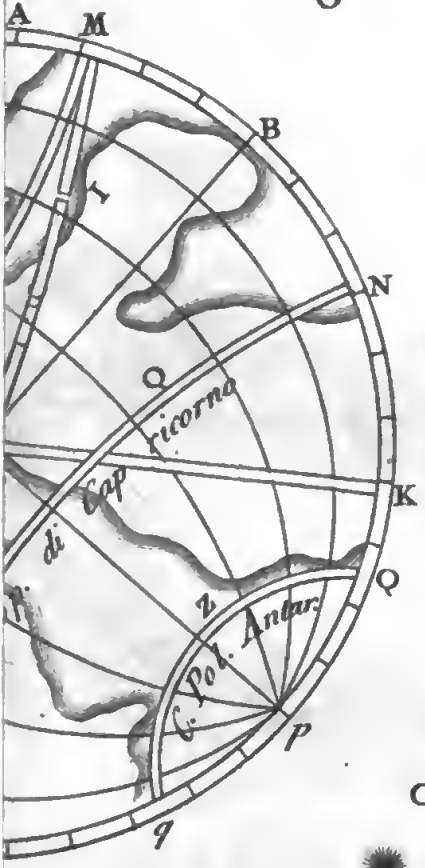


Fig. 23.

TAVOLA IV.

Fig. 28.

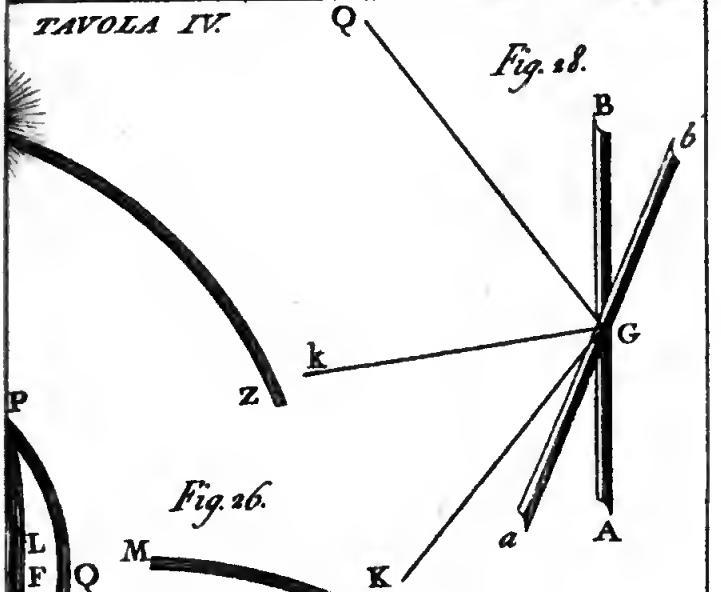


Fig. 26.

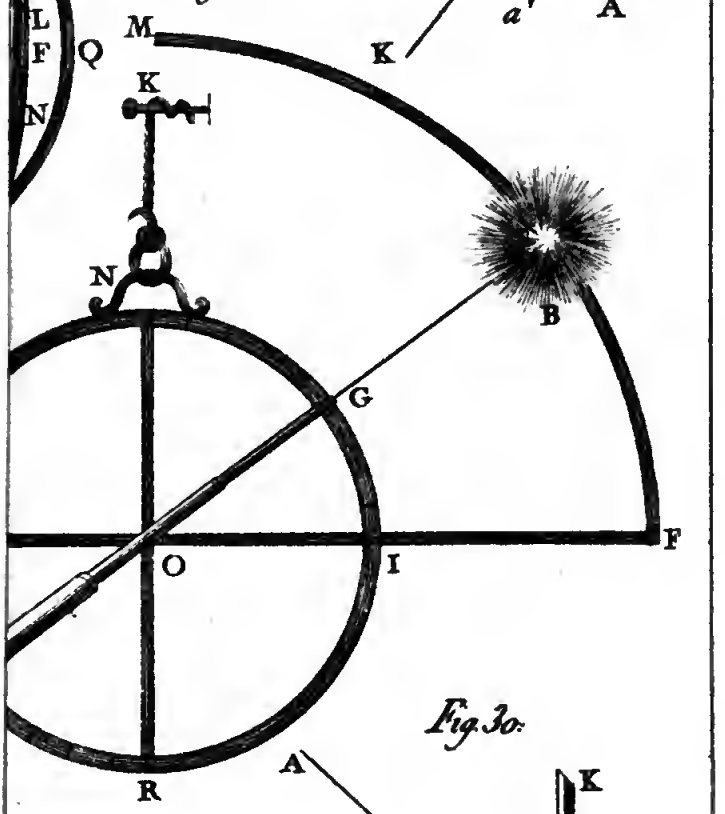


Fig. 30.

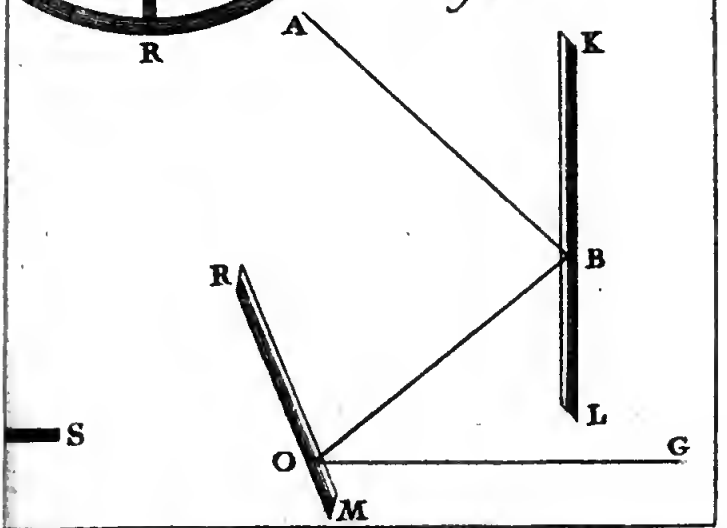
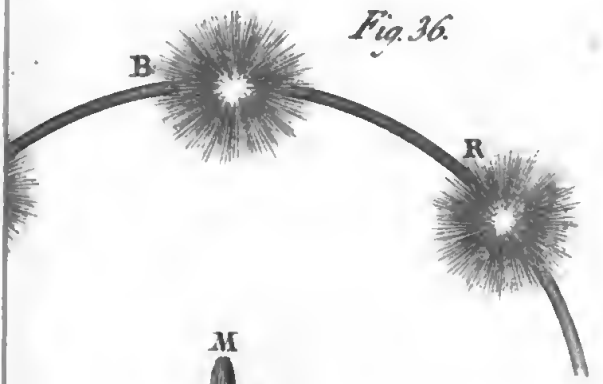


Fig. 36.



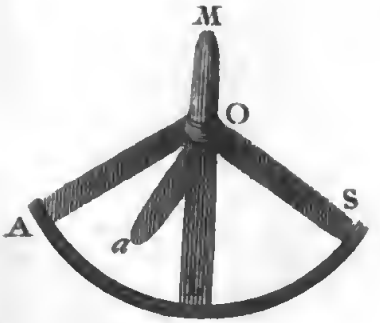


Fig. 35.

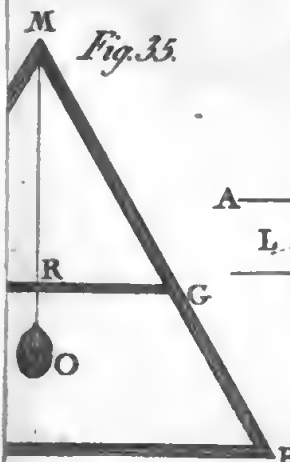
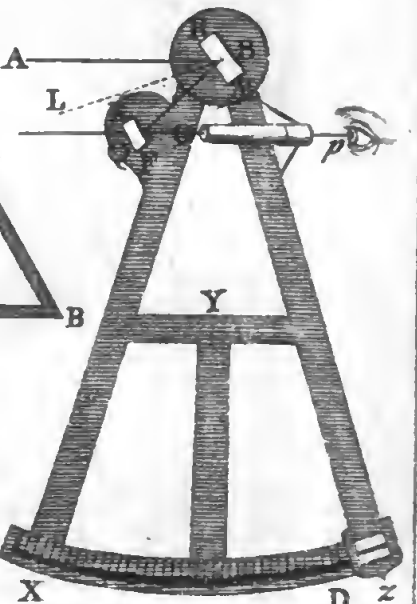
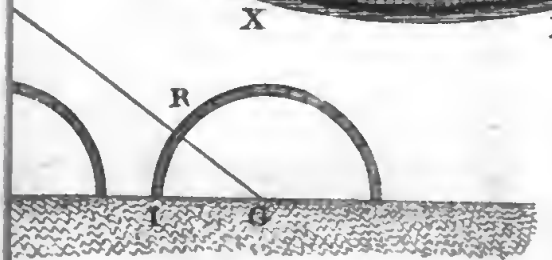
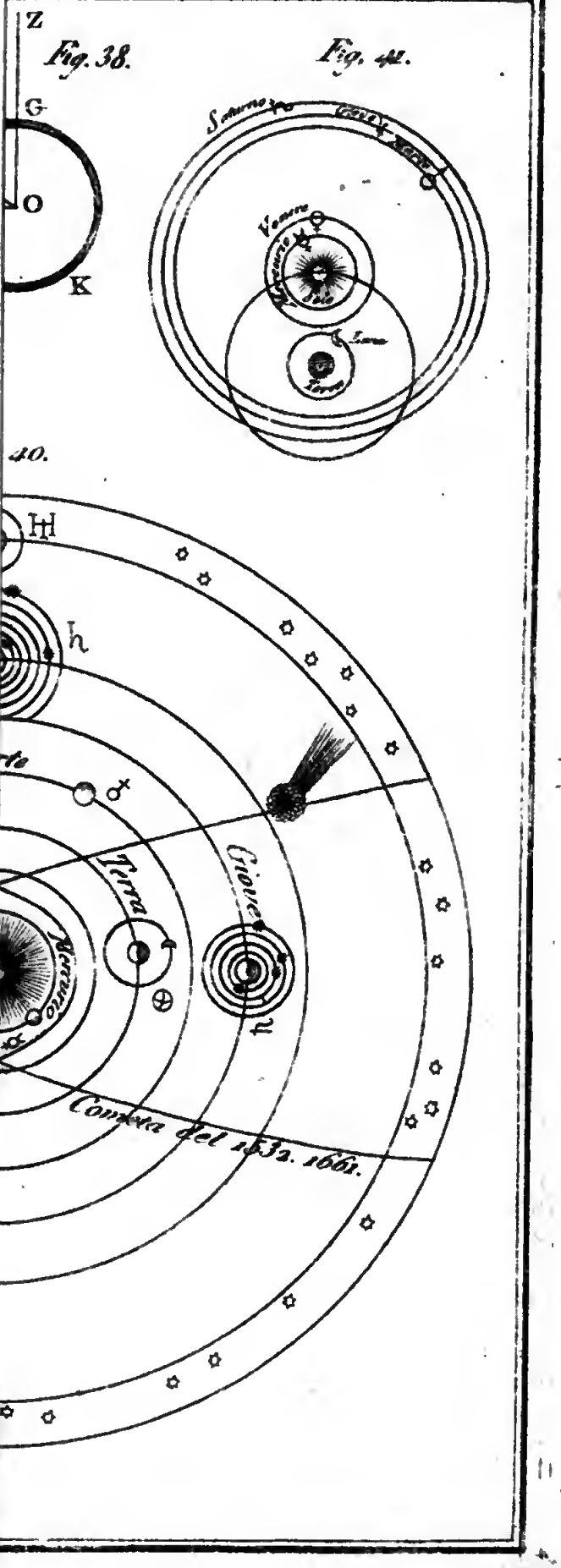
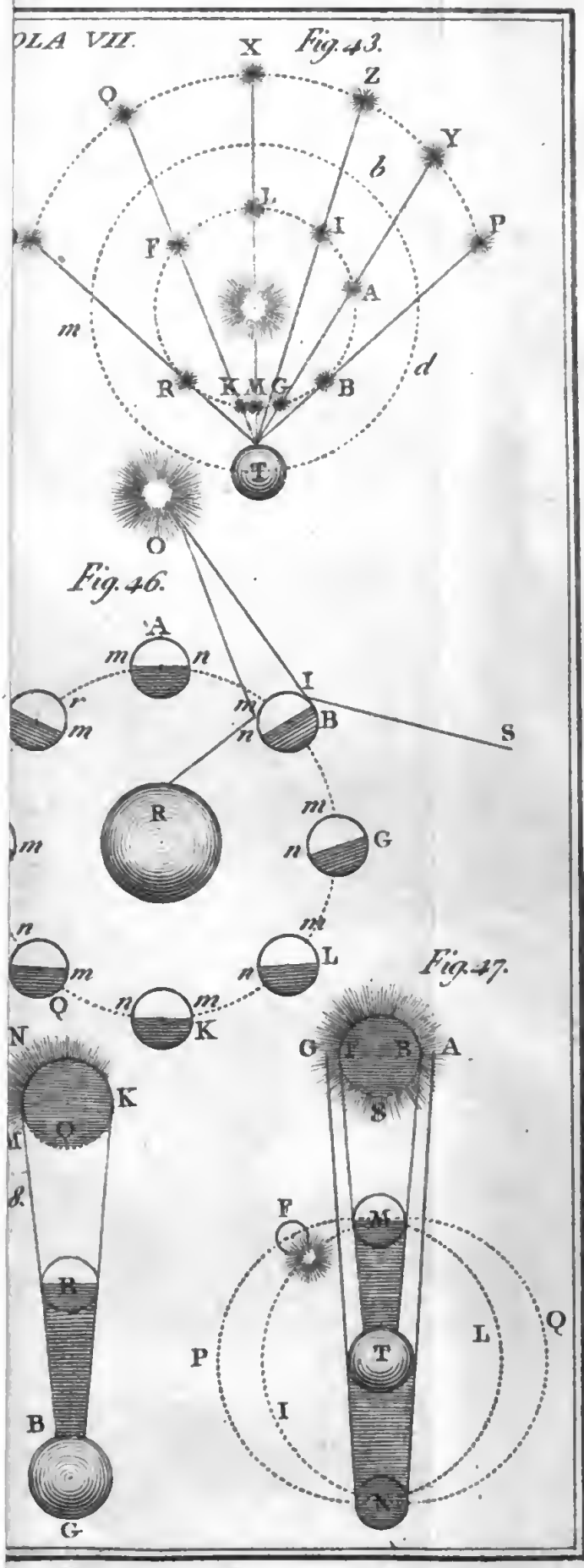


Fig. 33.






Z
G
O
K
Fig. 38.
Fig. 41.
Saturno
Venere
Sole
Luna
Terra
40.
H
h
Terra
Giove
Mercurio
Cometa del 1532. 1661.


OLA VII.
Fig. 43.
X
Z
Q
Y
b
L
I
P
F
A
m
d
R
K
M
G
B
T
O
Fig. 46.
A
m
n
I
r
m
m
B
n
S
R
m
m
n
G
n
m
m
L
n
Q
n
m
K
N
K
Q
8.
R
B
G
Fig. 47.
G
F
B
A
S
F
M
Q
L
P
T
I
N

A VIII.

Fig. 51.

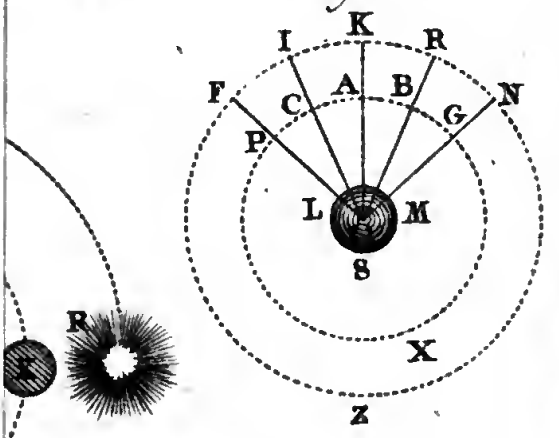


Fig. 54.

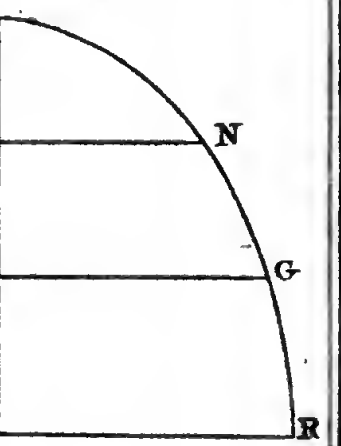


Fig. 55.

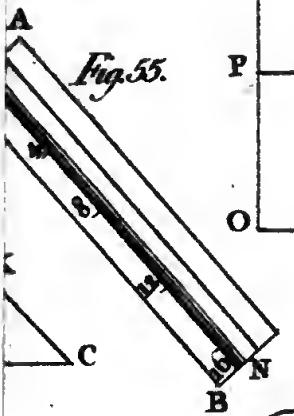


Fig. 57.

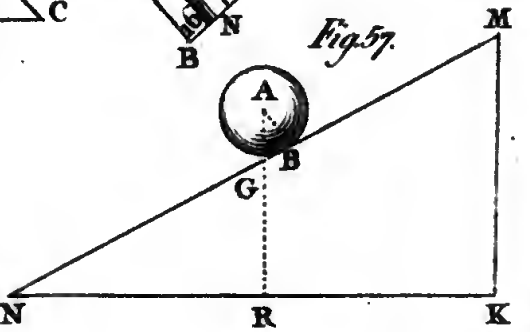
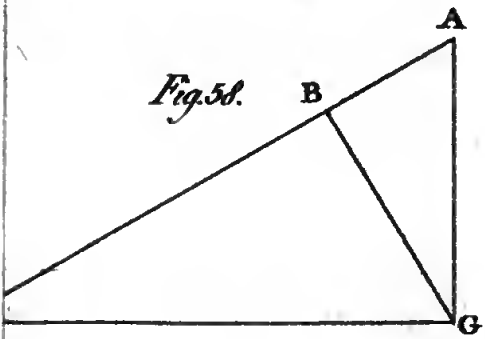
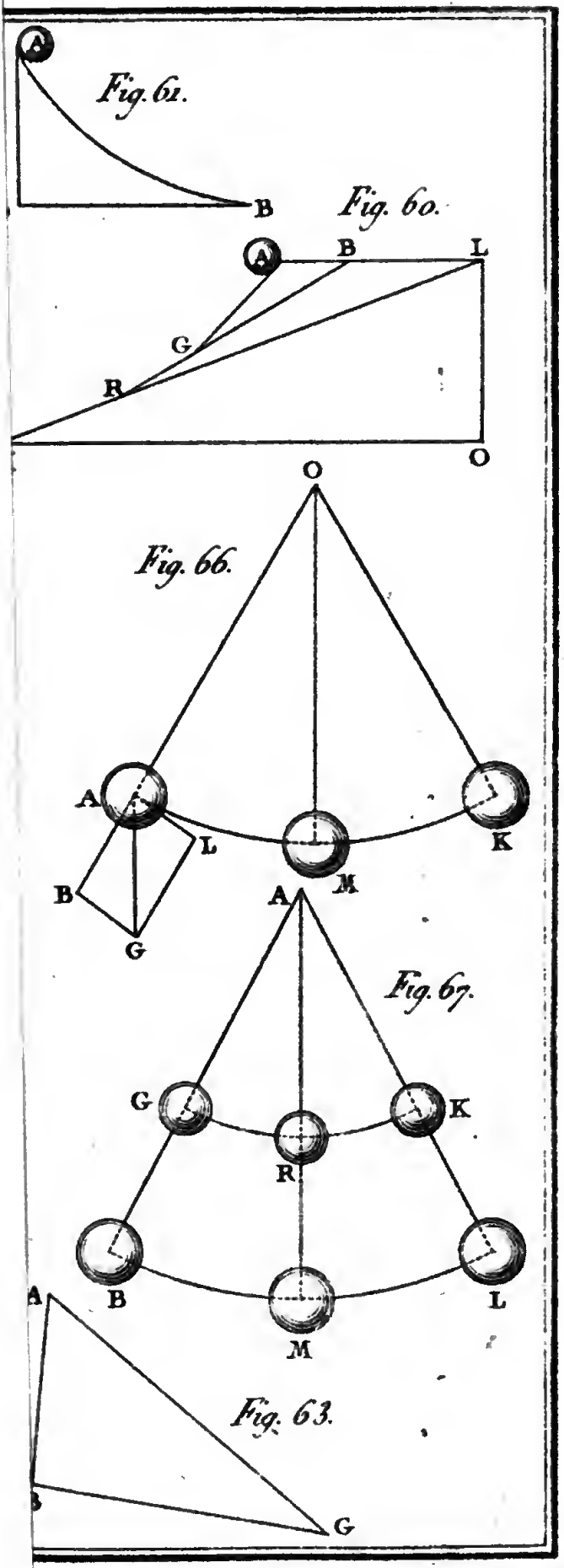
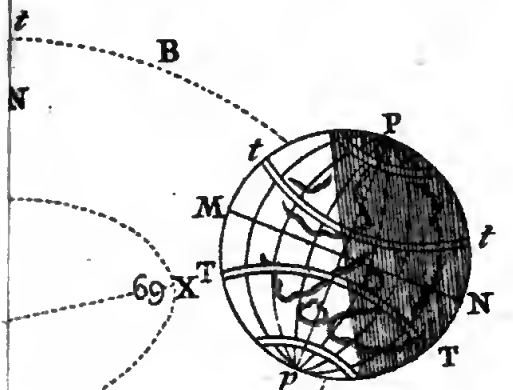
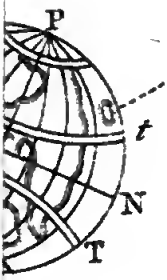


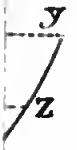
Fig. 58.




A
B
Fig. 61.
A
B
L
G
R
O
Fig. 60.
O
A
L
K
B
M
G
Fig. 66.
A
G
K
R
B
L
M
Fig. 67.
A
G
Fig. 63.







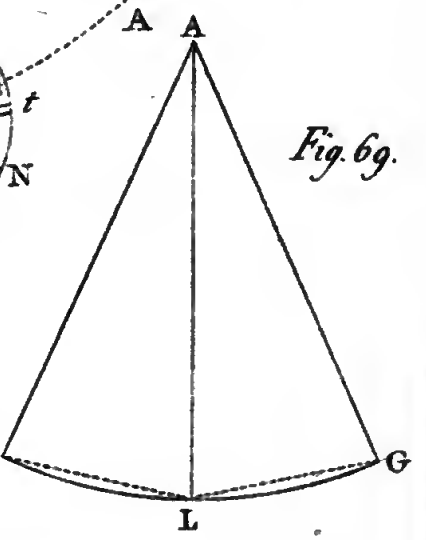


Fig. 69.

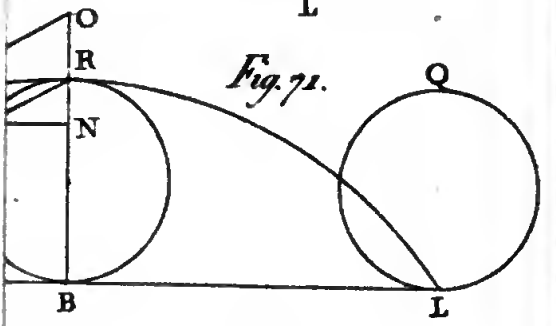


Fig. 71.

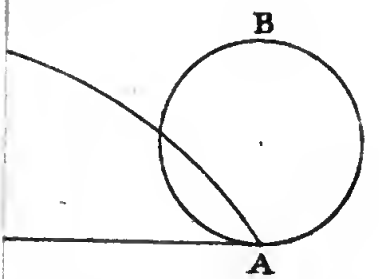


TAVOLA XI.

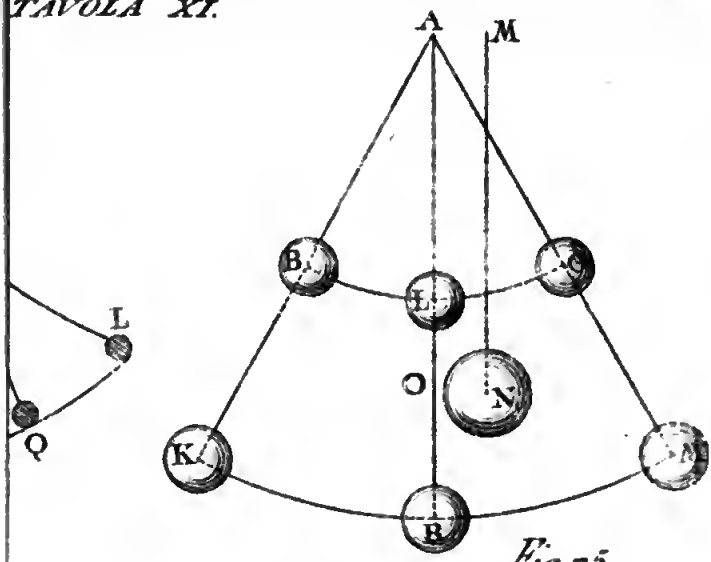


Fig. 75.